OPCIÓN A

1. Una bobina está formada por seis espiras de radio R = 6 cm. Se encuentra situada en una zona del espacio donde existe un campo magnético perpendicular al plano de la bobina y cuyo módulo varía con el tiempo según la expresión $B = 3t + 5$ (T).

a) Obtén el flujo a través de cada espira de la bobina en función del tiempo. *(0,75 puntos)*

b) Calcula la f.e.m. inducida sobre la bobina. *(0,75 puntos)*

c) Haz un dibujo claro indicando el sentido de la corriente inducida. Razona la respuesta. Coloca la bobina en el plano XY y el campo magnético en la dirección del eje Z positivo. *(1 punto)*

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ m·kg/C^2

2. Una onda armónica transversal se propaga a lo largo de una cuerda en el sentido positivo del eje X con una amplitud de 40 cm y una velocidad de 60 cm/s. La frecuencia es 1 Hz. En el instante inicial, $t = 0$, en $x = 0$ la elongación es positiva y su velocidad de oscilación es de 1,2 m/s.

a) Calcula el período y la longitud de onda. *(0,5 puntos)*

b) Calcula la fase inicial. Escribe la ecuación de la onda en unidades del S.I. *(0,75 puntos)*

c) Calcula el instante en que la elongación es máxima en $x = 0$. *(0,75 puntos)*

d) Calcula la distancia mínima de separación entre dos puntos que tienen una diferencia de fase de $\pi/6$ rad. *(0,5 puntos)*

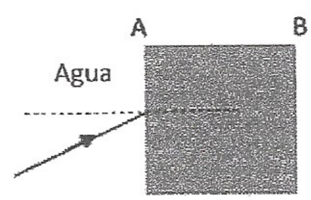
3. a) Define la energía relativista. Enuncia el principio de conservación de la masa y la energía. *(1,25 puntos)*

b) Determina la masa de un protón cuando se mueve con una velocidad de $2{,}5 \cdot 10^8$ m/s. ¿Cuánto varía la energía si su velocidad cambia de $2{,}5 \cdot 10^8$ m/s a $2{,}8 \cdot 10^8$ m/s? *(1,25 puntos)*

Datos: masa del protón en reposo: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

4. a) Explica el fenómeno de la reflexión total y define el ángulo límite. Explica qué es la fibra óptica. *(1,25 puntos)*

b) Disponemos de un cubo de vidrio de índice de refracción n = 1,45 que está inmerso en agua, cuyo índice de refracción es n_{agua} = 4/3. Un rayo monocromático incide en la cara vertical del cubo como indica la figura. ¿Cuál debe ser el ángulo de incidencia para que en la cara superior AB haya reflexión total? *(1,25 puntos)*



OPCIÓN B

1. Un satélite de 1000 kg de masa describe una órbita circular a una distancia de 5630 km de la superficie de la Tierra. Calcula:

a) El período y la velocidad orbital del satélite. *(1 punto)*

b) Su energía potencial y su energía mecánica. *(1 punto)*

c) La relación de la aceleración de la gravedad a esa altura con la correspondiente en la superficie de la Tierra. *(0,5 puntos)*

2. Situamos tres cargas puntuales iguales de valores $q_1 = q_2 = q_3 = 3$ nC en los puntos $P_1(2, -2)$ cm, $P_2(-2, -2)$ cm y $P_3(-2, 2)$ cm. Queremos conseguir que el potencial en el origen (0, 0) cm sea nulo.

a) ¿Qué carga q_4 debemos colocar en el punto $P_4(2, 2)$ cm para conseguirlo? *(1 punto)*

b) ¿Cuál es el campo creado por las cuatro cargas q_1, q_2, q_3 y q_4 en el origen (0, 0)? *(1,5 puntos)*

Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C²

3. a) Definición y unidades de la intensidad de sonido y del nivel de intensidad sonora. Umbral de audición y umbral de dolor. *(1,25 puntos)*

b) Consideramos un altavoz como una fuente puntual. Medimos el nivel de intensidad sonora del mismo a una distancia d y el valor obtenido es 80 dB. Si nos alejamos 50 m en la misma dirección, la medida es de 60 dB. ¿A qué distancia del foco se han realizado las mediciones? ¿Cuál es la potencia emitida por el altavoz? *(1,25 puntos)*

Dato: $I_0 = 10^{-12}$ W·m^{-2}

4. Deduce la fuerza entre corrientes rectilíneas paralelas. Indica la fuerza ejercida por unidad de longitud. Dibuja las fuerzas y los campos para dos corrientes paralelas. Haz una definición de amperio en base a dicha fuerza. *(2,5 puntos)*

RESPUESTA

OPCIÓN A

1. a) Calculemos el flujo $\Phi_{\text{magnético}}$ del campo magnético a través de la espira. Al ser el campo $\vec{B}$ perpendicular a ella, elegimos el elemento de área $\mathrm{d}\vec{S}$ paralelo al campo (sentido entrante) y llamamos r al radio de la espira, $S = \pi r^2$ a su área, $B(t)$ a la componente del campo en la dirección de $\mathrm{d}\vec{S}$ y N al número de espiras:

$$\Phi_{\text{magnético}} = N\iint_{1\text{ espira}} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = N\iint_{1\text{espira}} B(t)\cdot \mathrm{d}S$$

Hemos tenido en cuenta que el campo magnético $\vec{B}$ es paralelo al elemento de área $\mathrm{d}\vec{S}$. Además, dado que el campo es uniforme:

$$\Phi_{\text{magnético}} = N\cdot B(t)\iint_{1\text{ espira}} \mathrm{d}S = N\cdot B(t)\cdot S = N\cdot B(t)\cdot \pi r^2$$

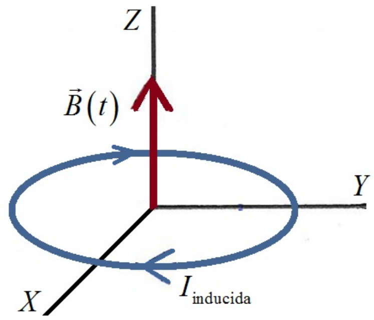
Sustituyendo datos:

$$\Phi_{\text{magnético}} = N\cdot B(t)\cdot \pi r^2 = 6\cdot\left(3t+5\right)\cdot\pi\cdot 0{,}06^2 = 6{,}8\cdot 10^{-2}\cdot\left(3t+5\right)\ \text{W}$$

b) Para resolver este apartado hacemos uso de la ley de Faraday-Henry, que afirma que la fuerza electromotriz ε inducida en un circuito se opone a la variación por unidad de tiempo del flujo magnético que lo atraviesa:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi_{\text{magnético}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\left[6{,}8\cdot 10^{-2}\left(3t+5\right)\right]}{\mathrm{d}t} = -0{,}2\ \text{V}$$

c) El signo negativo de ε implica que la corriente inducida tiene sentido negativo respecto del sentido dado por $\mathrm{d}\vec{S}$ y la regla de la mano derecha. Las espiras están en el plano XY y el campo magnético tiene la dirección Z y sentido positivo, $\vec{B}(t)=(3t+5)\vec{k}$ T. Como el vector $\mathrm{d}\vec{S}$ ha sido elegido paralelo al campo, el sentido de la corriente inducida es como se muestra en el dibujo.



Esto está de acuerdo con la ley de Lenz, que establece que el sentido de la corriente inducida se opone a la variación del flujo magnético que la produce. En este caso, el flujo magnético a través de la espira debido a $\vec{B}$ crece con el tiempo, luego el campo magnético creado por la corriente inducida tiende a disminuir dicho flujo.

2. (a) y **(b)** Las magnitudes características de una onda armónica transversal $y(x,t)=A\,\mathrm{sen}(\omega t \mp kx+\delta)$ son: la amplitud A, el período $T = 2\pi/\omega$, la frecuencia $\nu = 1/T$, la longitud de onda $\lambda = 2\pi/k$, la fase inicial δ del punto situado en el origen y la velocidad de propagación $v = \omega/k$ en el sentido $\pm\vec{e}_x$.

En nuestro caso, $A = 0{,}4$ m, $\nu = 1$ Hz y $v = 0{,}6$ m/s. Con ellos calculamos $T = 1/\nu = 1$ s, $\omega = 2\pi/T = 2\pi$ s^{-1}, $k = \omega/v = 2\pi/0{,}6 = 10\pi/3$ m^{-1} y $\lambda = 2\pi/k = 2\pi/(10\pi/3) = 3/5$ m. Además, elegimos el signo menos, correspondiente a una propagación en sentido positivo del eje X. Así pues, la ecuación de la onda es, en el S.I.:

$$y(x,t)=0{,}4\cdot\mathrm{sen}\left(2\pi t-\frac{10\pi}{3}x+\delta\right)$$

Para obtener la fase inicial en el origen, δ, imponemos las condiciones iniciales: $y(0,\ 0) > 0$ y $v(0,\ 0) = 1{,}2$ m/s. La primera condición implica que:

$$y(0,0)=0{,}4\cdot\mathrm{sen}\delta>0 \ \Rightarrow\ \mathrm{sen}\delta>0$$

La velocidad de vibración del punto x en el instante t se obtiene derivando su posición $y(x,\ t)$ con respecto al tiempo:

$$v(x,t)=\frac{\mathrm{d}y(x,t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(0{,}4\cdot\mathrm{sen}\left(2\pi t-\frac{10\pi}{3}x+\delta\right)\right)=0{,}8\pi\cdot\cos\left(2\pi t-\frac{10\pi}{3}x+\delta\right)$$

$$v(0,0)=1{,}2\ \Rightarrow\ 0{,}8\pi\cdot\cos\delta=1{,}2\ \Rightarrow\ \cos\delta=0{,}48\ \Rightarrow\ \delta=\pm 61{,}5^{\circ}=\pm 1{,}1\text{ rad}$$

Sabemos que sen $\delta > 0$, luego $\delta = 1{,}1$ rad. Finalmente, la ecuación de la onda en el S.I. es:

$$y(x,t)=0{,}4\cdot\mathrm{sen}\left(2\pi t-\frac{10\pi}{3}x+1{,}1\right)$$

c) La elongación del punto $x = 0$ es $y(0,t) = 0{,}4 \cdot \text{sen}(2\pi t + 1{,}1)$. El máximo valor absoluto de $\text{sen}(2\pi t + 1{,}1)$ es ±1, con lo que el valor máximo de la elongación es la amplitud, $\pm A = \pm 0{,}4$ m. Se alcanza en los instantes de tiempo t que son solución de la ecuación $\text{sen}(2\pi t + 1{,}1) = \pm 1$, es decir:

$$2\pi t + 1{,}1 = \frac{\pi}{2} + n\pi \Rightarrow t_n = 7{,}5 \cdot 10^{-2} + \frac{n}{2}, \text{ donde } n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

El primer instante de tiempo $t > 0$ en que se alcanza la elongación máxima es $t_0 = 7{,}5 \cdot 10^{-2}$ s.

d) La fase de la onda armónica se define como $\delta(x,t) = \omega t \mp kx + \delta$. En un mismo instante de tiempo t la diferencia de fase entre dos puntos de coordenadas x_1 y x_2 es:

$$\Delta\delta = \delta(x_1,t) - \delta(x_2,t) = (\omega t \mp kx_1 + \delta) - (\omega t \mp kx_2 + \delta) = \pm k(x_2 - x_1)$$

Si la diferencia de fase mínima es $\delta = \pi/6$, entonces:

$$\frac{10\pi}{3}(x_2 - x_1) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x_2 - x_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

3. a) En el marco de la mecánica clásica, la masa de cada partícula individual es una constante independiente del estado de movimiento de la propia partícula y del observador que la mide. Por ello, la masa total de un sistema de partículas aislado no cambia con el tiempo. Sin embargo, de los postulados de la relatividad especial se deriva que, si un objeto cuya masa en reposo es m_0 se mueve con velocidad v (módulo) con respecto a un observador, dicho observador medirá una masa $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$. La energía relativista de la partícula en movimiento medida por el mismo observador es $E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$. La energía mínima se corresponde con $v = 0$, siendo $E = m_0 c^2$. Se considera entonces como energía cinética relativista la siguiente:

$$E = (m - m_0)c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right)$$

Si $v \lll c$, teniendo en cuenta que, cuando $|\varepsilon| \ll 1$, $(1+\varepsilon)^{-1/2} \simeq 1 - \frac{\varepsilon}{2} + \cdots$, la energía cinética relativista coincide aproximadamente con la clásica, $E = \frac{1}{2} m_0 v^2 + \cdots$. En relatividad especial, la conservación de la masa en un sistema aislado se convierte en la conservación de la energía. En la mecánica clásica, la conservación de la energía para sistemas aislados es un principio independiente de la conservación de la masa.

b) Si la masa en reposo del protón es $m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, su masa observada cuando se mueve a velocidad $v = 2{,}5 \cdot 10^8$ m/s será:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}}{\sqrt{1 - \frac{(2{,}5 \cdot 10^8)^2}{(3 \cdot 10^8)^2}}} = 3{,}02 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Su energía a esa velocidad es:

$$E = mc^2 = 3{,}02 \cdot 10^{-27} \cdot \left(3 \cdot 10^8\right)^2 = 2{,}72 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

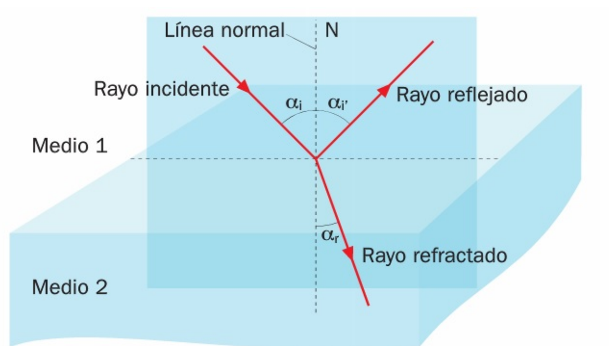
Si la velocidad pasa a ser $v = 2{,}8 \cdot 10^8$ m/s, la nueva energía del protón será:

$$E' = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot \left(3 \cdot 10^8\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{\left(2{,}8 \cdot 10^8\right)^2}{\left(3 \cdot 10^8\right)^2}}} = 4{,}19 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

La variación de energía del protón es:

$$E' - E = 4{,}19 \cdot 10^{-10} - 2{,}72 \cdot 10^{-10} = 1{,}47 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

4. a) Cuando una onda monocromática pasa de un medio con índice de refracción n_1 a otro con índice n_2 experimenta dos procesos. Primero, se refleja en el medio incidente con el mismo ángulo α_i con el que incide. En segundo lugar, pasa al segundo medio refractada. El ángulo α_i que forma el rayo incidente con la normal a la superficie de separación de ambos medios está relacionado con el ángulo α_r de la onda refractada a través de la ley de Snell:



$$n_1 \text{sen}\,\alpha_\text{i} = n_2 \text{sen}\,\alpha_\text{r}$$

El fenómeno de reflexión total se produce cuando $n_1 > n_2$. Entonces, la ley de Snell deja de tener solución para ángulos de incidencia α_i mayores que el llamado "ángulo límite":

$$\text{sen}\,\alpha_\text{r} = \frac{n_1}{n_2}\text{sen}\,\alpha_\text{i} \Rightarrow \text{sen}\,\alpha_\text{L} = \frac{n_2}{n_1}$$

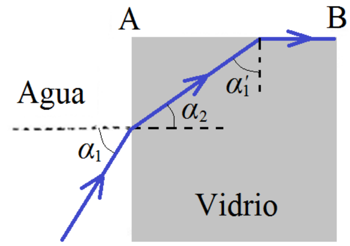
Justo para dicho ángulo, el rayo refractado sale perpendicular a la normal al ser $\text{sen}\,\alpha_\text{r} = 1$, mientras que para ángulos de incidencia superiores no se produce refracción, sino solo reflexión.

La fibra óptica es un medio de transmisión empleado habitualmente en redes de datos. Se trata de un hilo muy fino de material transparente, como vidrio o ciertos materiales plásticos, por el que se envían pulsos de luz que representan los datos que se quieren transmitir.

El índice de refracción de la fibra óptica es mayor que 1, es decir, es mayor que es el índice del aire externo a la fibra. Los rayos de luz que se propagan por la fibra inciden en la superficie limitante con un ángulo superior al límite y, por ello, se reflejan completamente, continuando su trayectoria en el interior del tubo. De esta manera, la luz se propaga sin pérdidas a lo largo de la fibra después de sufrir multitud de reflexiones totales. La fuente de luz puede ser láser o un LED.

Las fibras son ampliamente utilizadas en telecomunicaciones, ya que permiten enviar gran cantidad de datos a mayor velocidad que en las comunicaciones de radio y cable. También se utilizan para redes locales. Es un medio de transmisión inmune a las interferencias. El inconveniente es que tienen un coste elevado.

b) En la transmisión del rayo del agua al cubo de vidrio, llamamos α_1 al ángulo de incidencia y α_2 al ángulo del rayo refractado. En la transmisión del rayo del cubo de vidrio al agua, llamamos α_1' al ángulo de incidencia, que, según el enunciado, debe ser el ángulo límite de la refracción vidrio/agua, cuyo valor es:



$$\mathrm{sen}\,\alpha_L' = \frac{n_2'}{n_1'} = \frac{4/3}{1{,}45} = 0{,}919 \;\Rightarrow\; \alpha_L' = \alpha_1' = 66{,}9^{\circ}$$

Como se ve en el dibujo, resulta claro que $\alpha_1' = \frac{\pi}{2} - \alpha_2$, con lo que:

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha_L' = 90^{\circ} - 66{,}9^{\circ} = 23{,}1^{\circ}$$

Finalmente, calculamos el primer ángulo de incidencia a partir de la ley de Snell:

$$n_1 \mathrm{sen}\,\alpha_1 = n_2 \mathrm{sen}\,\alpha_2 \;\Rightarrow\; \frac{4}{3}\cdot \mathrm{sen}\,\alpha_1 = 1{,}45 \cdot \mathrm{sen}\,23{,}1^{\circ} \;\Rightarrow\; \mathrm{sen}\,\alpha_1 = 0{,}427 \;\Rightarrow\; \alpha_1 = 25{,}3^{\circ}$$