OPCIÓN A

1. Un satélite meteorológico de masa m = 680 kg describe una órbita circular a una altura h = 750 km sobre la superficie terrestre.

a) Calcula el número de veces que recorrerá la órbita cada día. *(1 punto)*

b) Calcula las energías cinética y total que tendrá el satélite en la órbita. *(1 punto)*

c) ¿Cuál es el peso del satélite en la órbita?

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2/kg^2 ; $R_{\text{Tierra}} = 6370$ km; $M_{\text{Tierra}} = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg

2. Una onda armónica transversal de frecuencia 4 Hz se propaga a lo largo de una cuerda con una velocidad de 2 m/s en la dirección positiva del eje X. En la posición x = 2 m, en el instante t = 2 s la velocidad es nula y la elongación positiva y, en el instante t = 2,125, su elongación es –5 cm.

a) Hallar el periodo y la longitud de onda. *(0,5 puntos)*

b) Hallar la fase inicial y la amplitud. *(1 punto)*

c) Indicar la expresión matemática de la onda. Dibuja la velocidad frente a x en el instante t = 0s y en el intervalo $0 < x < 1$ m. *(1 punto)*

3. a) Postulados de Einstein. *(1,25 puntos)*

b) ¿A qué velocidad debe moverse una partícula relativista para que su energía total sea 1,10 veces su energía en reposo? Expresa el resultado en función de la velocidad de la luz en el vacío, c. Si la energía en reposo es de $9{,}4 \cdot 10^8$ eV, ¿cuál es su energía cinética expresada en el SI? *(1,25 puntos)*

4. a) Enuncia la fuerza magnética sobre una carga. Explica cada uno de sus términos. *(1,25 puntos)*

b) Un electrón es acelerado por una diferencia de potencial de 200 V. Penetra en una región del espacio con un campo magnético perpendicular a su trayectoria y describe una trayectoria circular con periodo $T = 2 \cdot 10^{-10}$ s. Calcular: b1) la velocidad del electrón, b2) el valor del campo magnético, b3) ¿qué campo eléctrico debemos introducir para conseguir que la trayectoria del electrón sea rectilínea? *(1,25 puntos)*

Datos: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, $q_e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C

OPCIÓN B

1. Dos cargas puntuales de –4 μC están fijas en los puntos A(0,3) y B(0,–3). Una tercera partícula de masa m = 1 g y carga q' = 2 μC, se sitúa en el punto C(4,0) sin velocidad inicial.

a) ¿Cuál es el campo en el punto A y la fuerza que actúa sobre la carga q'? *(1,25 puntos)*

b) ¿Qué velocidad tendrá cuando ha recorrido 1 m? Dibujar la posición de la partícula. *(1,25 puntos)*

Datos: $k = 9\cdot 10^9$ N m^2/C^2. Las coordenadas de los puntos estén expresadas en metros.

2. Queremos obtener, con una lente delgada, una imagen virtual y derecha de 20 cm de un objeto de 10 cm de altura situado a una distancia de 2 m de la lente.

a) Indicar el tipo de lente que hay que utilizar. Razonar la respuesta. *(0,5 puntos)*

b) Calcular la potencia, en dioptrías, de dicha lente. *(1 punto)*

c) Realizar el diagrama de rayos correspondiente. *(1 punto)*

3. a) Enunciar las leyes de Faraday y Lenz. *(1,25 puntos)*

b) Una espira circular de radio R = 4 cm está en un plano XY. Aplicamos un campo magnético en sentido positivo del eje OZ que varía linealmente de 0,1 T a 0,8 T en 0,2 s. Calcular la *fem* inducida e indicar el sentido de la corriente inducida. *(1,25 puntos)*

4. Energía transmitida por las ondas armónicas. Deducir la energía mecánica en función de la amplitud y la frecuencia. Definir la intensidad indicando las unidades. Estudiar la atenuación indicando la relación entre intensidad, amplitud y distancia. *(2,5 puntos)*

RESPUESTA

OPCIÓN A

1. a) Para obtener la velocidad v del satélite en función del radio R de la órbita:

$$R = R_{\mathrm{T}} + h = 6{,}37 \cdot 10^{6} + 7{,}50 \cdot 10^{5} = 7{,}12 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m}$$

Donde R_T es el radio terrestre y h es la altura de la órbita) partimos de la segunda ley de Newton y de la ley de la gravitación universal (M_T es la masa de la Tierra y m la del satélite):

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{gravitatoria}} \Rightarrow m\frac{v^2}{R} = \frac{GM_{\mathrm{T}}m}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{R}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{7{,}12 \cdot 10^{6}}} = 7{,}48 \cdot 10^{3}\ \mathrm{m/s}$$

Una vez obtenida la velocidad, calculamos el período a partir de la cinemática del movimiento circular:

$$v = R\omega = R\frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 7{,}12 \cdot 10^{6}}{7{,}48 \cdot 10^{3}} = 5{,}98 \cdot 10^{3}\ \mathrm{s} = 1{,}66\ \text{horas}$$

El número de veces que recorre la órbita cada día es $\dfrac{24\ \text{horas}}{1{,}66\ \text{horas/órbita}} = 14{,}4\ \text{órbitas}$.

b) La energía cinética del satélite es $E_C = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}680 \cdot \left(7{,}48 \cdot 10^{3}\right)^2 = 1{,}90 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}$.

La energía potencial del satélite es $E_P = -\dfrac{GM_{\mathrm{T}}m}{R} = -\dfrac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 680}{7{,}12 \cdot 10^{6}} = -3{,}80 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}$.

La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial gravitatoria:

$$E = E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{p}} = 1{,}90 \cdot 10^{10} - 3{,}80 \cdot 10^{10} = -1{,}90 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}$$

que es la opuesta de la energía cinética, $E = -E_{\mathrm{c}}$.

c) El peso $P(h)$ de un objeto de masa m a una altura h de la superficie de un planeta es el módulo de la fuerza gravitatoria con que dicho planeta lo atrae. Si M_{P} y R_{P} son respectivamente la masa y el radio del planeta y G la constante de la gravitación universal, el módulo de la fuerza gravitatoria ejercida sobre la masa es, en virtud de la ley de la gravitación universal:

$$P = F_{\text{gravitatoria}} = \frac{GM_{\mathrm{P}}m}{\left(R_{\mathrm{P}} + h\right)^2}$$

En nuestro caso, a la altura $h = 750\ \mathrm{km}$ el peso del satélite de masa $m = 680\ \mathrm{kg}$:

$$P(755) = F_{\text{gravitatoria}} = \frac{GM_{\mathrm{T}}m}{\left(R_{\mathrm{T}} + h\right)^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 680}{\left(6{,}37 \cdot 10^{6} + 7{,}50 \cdot 10^{5}\right)^2} = 5{,}35 \cdot 10^{3}\ \mathrm{N}$$

2. a) La velocidad de propagación de la onda es $v = 2\ \mathrm{m/s}$ y su frecuencia $f = 4\ \mathrm{Hz}$. Dado que $v = \lambda/T = \lambda f$, la longitud de onda es $\lambda = v/f = 2/4 = 1/2\ \mathrm{m}$. La relación entre la frecuencia y el período es $T = 1/f$; por tanto, $T = 1/4\ \mathrm{s}$.

b) y c) Las magnitudes características de una onda armónica transversal $y(x,t)=A\,\mathrm{sen}\left(\omega t\mp kx+\delta\right)$ son: la amplitud A, la frecuencia angular $\omega=2\pi/T$, el número de ondas $k=2\pi/\lambda$, la fase inicial en el origen δ y su sentido $\pm\vec{e}_x$. En nuestro caso, $\omega=2\pi/(1/4)=8\pi\ \mathrm{s}^{-1}$, $k=2\pi/(1/2)=4\pi\ \mathrm{m}^{-1}$ y el sentido es $+\vec{e}_x$ con lo que podemos escribir la ecuación de onda:

$$y(x,t)=A\,\mathrm{sen}\left(8\pi t-4\pi x+\delta\right)$$

La velocidad transversal del punto en la posición x es, por definición:

$$v(x,t)=\frac{\mathrm{d}y(x,t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(A\,\mathrm{sen}\left(8\pi t-4\pi x+\delta\right)\right)=8\pi A\cos\left(8\pi t-4\pi x+\delta\right)$$

Imponemos ahora las condiciones en el punto x = 2 m dadas en el enunciado:

$$\text{i)}\quad \left.\begin{cases} y(2,2)>0 \\ v(2,2)=0 \end{cases}\right\}\longrightarrow \left.\begin{cases} A\,\mathrm{sen}\left(8\pi+\delta\right)=A\,\mathrm{sen}\delta>0 \\ 8\pi A\cos\left(8\pi+\delta\right)=8\pi A\cos\delta=0 \end{cases}\right\}\xrightarrow[\delta=\pm\pi/2]{A>0}\delta=\frac{\pi}{2}\ \mathrm{rad}$$

$$\text{ii)}\quad y\left(2;2{,}125\right)=-0{,}05\Rightarrow A\,\mathrm{sen}\left(9\pi+\frac{\pi}{2}\right)=-0{,}05\Rightarrow -A=-0{,}05\Rightarrow A=0{,}05\ \mathrm{m}$$

Finalmente, la ecuación de onda es:

$$y(x,t)=0{,}05\ \mathrm{sen}\left(8\pi t-4\pi x+\frac{\pi}{2}\right)=0{,}05\cos\left(8\pi t-4\pi x\right)$$

3. a) La relatividad especial fue publicada por Albert Eintein en 1905 y parte de un análisis profundo y revolucionario de la las leyes de la electrodinámica, que fueron formuladas por James Clerk Maxwell apenas 40 años antes, en 1865, en las llamadas ecuaciones de Maxwell.

La idea central de este análisis es que la electrodinámica no es en forma alguna compatible con la Física Newtoniana, que hasta ese momento era el gran marco de referencia para la comprensión de cualquier fenómeno físico.

Dada la gran variedad y cantidad de experiencias acerca de la electricidad, el magnetismo, la inducción y la radiación que las ecuaciones de Maxwell eran capaces de modelar con gran precisión, la conclusión para Einstein fue clara: la Física Newtoniana no es correcta y debe reformularse el marco teórico en el que la electrodinámica descansa. Dicha reformulación, que el mismo realizó, pasó a denominarse Teoría de la Relatividad Especial (o Restringida).

Los dos postulados sobre los que descansa la Relatividad Especial son:

1º) Postulado de relatividad: las leyes de la Física poseen la misma forma en los llamados Sistemas de Referencia Inerciales, que son aquellos en los que las partículas libres se observan realizando movimientos rectilíneos y uniformes.

2º) Postulado de la constancia de la velocidad de la luz: el módulo de la velocidad de la luz en el vacío es $c=3\cdot10^{8}$ m/s y no depende del observador que lo mide ni del movimiento de la fuente luminosa. Por tanto, esta velocidad es la máxima posible.

El primer postulado ya está presente en la Física Newtoniana (1ª ley de Newton): la existencia de sistemas de referencia especiales (e ideales), los inerciales, en los que las leyes de la Física tienen la misma forma.

Estos sistemas se mueven uniformemente unos con relación a otros. En los demás sistemas de referencia las leyes físicas presentan formas más complejas.

El segundo postulado está basado en el experimento de Michelson-Morley del que se concluye la constancia de la velocidad de la luz y la inexistencia del éter. Este segundo postulado es el auténticamente revolucionario por su total incompatibilidad con el marco newtoniano, en el que la velocidad de cualquier entidad física, incluida la luz (radiación electromagnética) depende del sistema de referencia desde el que se observa.

Las consecuencias extraordinarias que se derivan de estos postulados son numerosas. Entre ellas, el carácter relativo del tiempo, del concepto de simultaneidad de sucesos y de la longitud de los objetos, así como la equivalencia entre masa y energía. Estas consecuencias y otras muchas más se observan a diario desde hace décadas en todos los experimentos de la Física de Partículas realizados en los grandes aceleradores, donde las partículas involucradas se mueven con velocidades próximas a las de la luz. Más aún, el Modelo Estándar, la teoría acerca de las partículas elementales y sus interacciones, está formulado enteramente dentro del marco relativista. Como era de esperar, cuando la velocidad de los móviles es muy pequeña comparada con la de la luz en el vacío, las predicciones relativistas se reducen a las newtonianas, algo necesario para entender el enorme éxito de la Física Newtoniana en campos como la gravitación, las ondas mecánicas, la elasticidad, los fluídos, etc.

b) De los postulados de la Relatividad Especial se deriva que si un objeto cuya masa en reposo es m_0 se mueve con velocidad v (módulo) con respecto a un observador, dicho observador la medirá con una energía cinética $E = m_0c^2/\sqrt{1-v^2/c^2}$, donde c es la velocidad de la luz en el vacío. Por tanto, su energía para un observador que la ve en reposo es $E_0 = m_0c^2$.

Si la energía del objeto observada es 1,10 veces su energía en reposo, $E = 1{,}10 \cdot m_0c^2$, su velocidad respecto del observador es, en términos de la velocidad de la luz:

$$1{,}10 \cdot m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{1{,}10} \Rightarrow v = 0{,}417c$$

Si la energía en reposo del objeto es $E_0 = 9{,}4 \cdot 10^8\ \text{eV} = 9{,}4 \cdot 10^8 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 1{,}50 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$, la energía relativista de la partícula es:

$$E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1{,}50 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{1-(0{,}417)^2}} = 1{,}65 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

4. a) La fuerza magnética que experimenta una carga q que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en presencia de un campo magnético $\vec{B}$ es $\vec{F}_{\text{magnética}} = q\vec{v} \times \vec{B}$. Esta fuerza es perpendicular tanto al campo magnético como a la velocidad de la partícula (por tanto no realiza trabajo) siendo su sentido el de la "mano derecha" de $\vec{v}$ a $\vec{B}$. El módulo es $F_{\text{magnética}} = |q| vB\text{sen}\theta$ donde θ es el ángulo formado por los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$.

b.1) Para obtener la velocidad con que el electrón entra en el campo magnético observamos que la energía mecánica se conserva en su movimiento en el campo eléctrico que produce la diferencia de potencial ΔV = 200 V. Por tanto, entre cualesquiera dos instantes de tiempo el incremento de energía cinética iguala en módulo al incremento de la energía potencial eléctrica. Aplicando esto último a los instantes inicial (con la carga en reposo) y final (justo antes de entrar en el campo magnético) obtenemos la velocidad final del electrón:

$$\Delta E = 0 \Rightarrow \Delta E_{\mathrm{c}} = -\Delta E_{\mathrm{p}} \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - 0 = \left| q \Delta V \right| \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} v^2 - 0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 200 \Rightarrow v = 8{,}4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

b.2) Una vez dentro de un campo magnético uniforme $\vec{B}$, la trayectoria de una carga q, cuya velocidad inicial $\vec{v}$ es perpendicular al campo, es circular y uniforme de radio R. A partir de la segunda ley de Newton y la ley de Lorentz (despreciando la fuerza gravitatoria)

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{magnética}} \Rightarrow m\vec{a} = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow m\frac{v^2}{R} = \left| q \right| vB \Rightarrow mv = \left| q \right| BR$$

Por tanto, el módulo del campo magnético uniforme es $B = \dfrac{mv}{\left| q \right| R}$, que a partir de la cinemática del movimiento circular y uniforme, $v = \dfrac{2\pi R}{T}$, donde $T = 2 \cdot 10^{-10} s$ es el periodo, queda:

$$B = \frac{mv}{\left| q \right| R} = \frac{m\left(2\pi R/T\right)}{\left| q \right| R} = \frac{2\pi m}{\left| q \right| T} = \frac{2\pi \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-10}} = 0{,}18 \text{ T}$$

b.3) La fuerza eléctrica que experimenta una carga q situada en un punto en el que hay un campo eléctrico $\vec{E}$ es $\vec{F}_{\text{Eléctrica}} = q\vec{E}$. Si además la carga se mueve con velocidad $\vec{v}$, la fuerza magnética que soporta es $\vec{F}_{\text{Magnética}} = q\vec{v} \times \vec{B}$, donde $\vec{B}$ es el campo magnético en el punto. Por tanto, la fuerza electromagnética que experimenta la carga en cada instante viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_{\text{Electromagnética}} = \vec{F}_{\text{Eléctrica}} + \vec{F}_{\text{Magnética}} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

Si q no se desvía, es decir, mantiene una trayectoria rectilínea y uniforme, su aceleración es nula y con ello, en virtud de la segunda ley de Newton, la fuerza total también. Despreciando peso y rozamiento:

$$\vec{F}_{Total} = \vec{F}_{Electromagnética} = \vec{0} \Rightarrow q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right) = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} = \vec{B} \times \vec{v}$$

Es decir, el campo eléctrico lleva la dirección perpendicular a los vectores velocidad y campo magnético, su sentido viene dado por la regla de la mano derecha de $\vec{B}$ a $\vec{v}$ y el módulo $E = vB = 8{,}4 \cdot 10^6 \cdot 0{,}18 = 1{,}5 \cdot 10^6$ N/C al ser $\vec{v}$ y $\vec{B}$ perpendiculares entre sí.