PARTE COMÚN

1. Según el modelo atómico de Bohr, en el átomo de hidrógeno en su estado fundamental el electrón está separado del protón por una distancia media $r = 5{,}30 \cdot 10^{-11}$ m.

a) ¿Cuál es el módulo de la fuerza eléctrica del protón sobre el electrón? ¿Qué aceleración le provoca? *(1 punto)*

b) Calcule el potencial eléctrico (en V) a la distancia r del protón y la energía potencial (en eV) de la distribución de cargas. *(1 punto)*

Datos: masa del electrón: $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; carga del electrón: $q_e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C; 1 eV=$1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J

2. Una vez más, Einstein tenía razón. Cien años después de predecir la existencia de ondas gravitatorias en su teoría general de la relatividad dichas ondas han sido detectadas, y esta detección ha supuesto la concesión del premio Nobel de Física del año 2017. Las ondas gravitatorias detectadas fueron originadas por la colisión de dos agujeros negros. Igual que las ondas gravitatorias, los agujeros negros también fueron descritos por la teoría general de la relatividad. Las ideas básicas relativas a los agujeros negros pueden entenderse con las leyes de Newton.

a) En el año 1783, noventa y seis años antes del nacimiento de Einstein, el astrónomo John Michell (1724-1793) publicó que la velocidad de escape desde la superficie de un cuerpo esférico que tuviera la misma densidad que el Sol y 500 veces su radio sería superior a la velocidad de la luz. Calcule la masa del cuerpo y esta velocidad de escape. *(1 punto)*

b) Calcule el módulo de la intensidad del campo gravitatorio que el cuerpo del apartado anterior crea en su propia superficie. ¿Qué fuerza (módulo, dirección y sentido) hace el cuerpo sobre 1 μg situado en su superficie? *(1 punto)*

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg²; radio del Sol: $R_S = 6{,}96 \cdot 10^8$ km; masa del Sol: $M_S = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg

OPCIÓN A

3. Un protón en reposo es acelerado en el sentido positivo del eje X hasta alcanzar una velocidad de $1{,}00 \cdot 10^5$ m·s^{-1}. Entonces penetra en un espectrómetro de masas donde existe un campo magnético $\vec{B} = 1{,}00 \cdot 10^{-2}\vec{k}$ T.

a) Calcule la fuerza (módulo, dirección y sentido) que actúa sobre el protón. *(1 punto)*

b) Calcule el campo magnético (módulo, dirección y sentido) tal que, si entra un electrón con la misma velocidad en el espectrómetro, siga la misma trayectoria que el protón. *(1 punto)*

Datos: $K = 1/4\pi\varepsilon_0 = 8{,}99 \cdot 10^9$ N·m²/C²; masa del protón: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg;
masa del electrón: $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; carga del electrón: $q_e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C

4. Las olas del mar hacen que un barco navegue a la deriva, de forma que se mueve 2,00 m en vertical desde el punto más alto al punto más bajo cada 6,28 s.

a) Escriba la ecuación del movimiento del barco suponiendo que en el instante inicial se encuentra en el punto más alto. Indique las unidades de todas las magnitudes. *(1 punto)*

b) Determine la velocidad y la aceleración iniciales del barco. *(1 punto)*

5. El polonio, ^{210}Po, es un emisor natural de partículas α.

a) Escriba la reacción de desintegración del ^{210}Po sabiendo que cuando se desintegra genera un isótopo del plomo (Pb). *(1 punto)*

b) Sabiendo que el período de semidesintegración del ^{210}Po es de 138 días, ¿qué cantidad de ^{210}Po queda en una muestra de 10,0 g después de 69 días desde el inicio de la actividad? *(1 punto)*

Datos: número atómico del polonio, Z (Po) = 84

OPCIÓN B

3. La bacteria *Aquaspirillum magnetotacticum* contiene partículas muy pequeñas, los magnetosomas, que son sensibles a los campos magnéticos. Utilizan el campo magnético terrestre para orientarse en los océanos y nadar hacia el polo norte geográfico. Se ha cuantificado que una intensidad de campo magnético inferior al 5 % del campo magnético terrestre no tiene efectos sobre esas bacterias. El campo magnético terrestre es de $5{,}00 \cdot 10^{-5}$ T. Si circula una corriente eléctrica de 100 A por una línea submarina, ¿a partir de qué distancia a esta línea el campo magnético dejará de tener efecto sobre las bacterias? Considere la línea submarina como un hilo infinito e ignore los efectos del agua del mar. *(1 punto)*

b) Dos hilos conductores rectilíneos e infinitamente largos que están separados por 10,0 m son perpendiculares al plano del papel y por ambos circula una misma intensidad de corriente de 100 A en el sentido que va hacia dentro del papel. Represente en un esquema el campo magnético generado por uno de los conductores en el punto donde se encuentra el otro. Represente también la fuerza que el primer conductor ejerce sobre el segundo, y calcule el módulo de la fuerza que soportan dos metros del segundo conductor. *(1 punto)*

Nota: El módulo del campo magnético a una distancia r de un hilo infinito por el que circula una intensidad I es $B = \mu_0 I / 2\pi r$, donde $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m·A^{-1}.

4. Un perro ladra con una potencia de 2,00 mW.

a) Si este sonido se distribuye uniformemente por el espacio, ¿cuál es el nivel de intensidad sonora (en d**B)** a una distancia de 5,00 m? *(1 punto)*

b) Si en vez de un perro fuesen dos perros ladrando simultáneamente, ¿cuál sería el nivel de intensidad sonora? *(1 punto)*

Dato: intensidad del umbral de audición (0 dB), $I_0 = 1{,}00 \cdot 10^{-12}$ W·m^{-2}

5. Sobre un metal alcalino incide luz de longitud de onda $\lambda = 3{,}00 \cdot 10^2$ nm. Si los fotoelectrones emitidos tienen una energía cinética máxima de 2,00 eV, calcule:

a) La energía (en eV) de un fotón de la luz incidente. *(1 punto)*

b) El trabajo de extracción (en eV) correspondiente a este metal. *(1 punto)*

Datos: 1 eV = $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J; constante de Planck: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s;
velocidad de la luz en el vacío, $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s

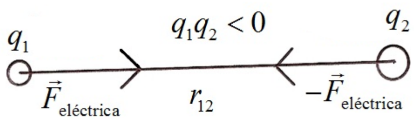
RESPUESTA

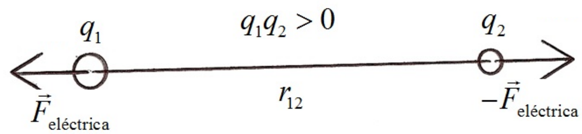
PARTE COMÚN

1. a) La fuerza entre dos cargas eléctricas viene dada por la ley Coulomb, que afirma que dos cargas q_1 y q_2 se atraen (si tienen diferente signo, $q_1 q_2 < 0$) o se repelen (si tienen el mismo signo, $q_1 q_2 > 0$) electrostáticamente con una fuerza cuya dirección es la de la recta que las une y cuyo módulo es directamente proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, r_{12}:

$$\left\|\vec{F}_{\text{eléctrica}}\right\| = K\frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2}$$

El valor de la constante de proporcionalidad en el Sistema Internacional es $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C².





Por tanto, para un protón de carga $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C y un electrón de carga $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C orbitando a una distancia (media) $r = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m, el módulo de la fuerza electrostática es:

$$F = K\frac{|q_e q_p|}{r_{ep}^2} = 9\cdot 10^9 \frac{\left(1{,}6\cdot 10^{-19}\right)^2}{\left(0{,}53\cdot 10^{-10}\right)^2} = 8{,}2\cdot 10^{-8}\ \text{N}$$

El módulo de la aceleración producida en el electrón por esta interacción con el protón se calcula a partir de la segunda ley de Newton (la masa del electrón es $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg):

$$m_e\vec{a} = \vec{F} \ \Rightarrow\ m_e\,|\vec{a}| = |\vec{F}| \ \Rightarrow\ |\vec{a}| = \frac{|\vec{F}|}{m_e} = \frac{8{,}2\cdot 10^{-8}}{9{,}11\cdot 10^{-31}} = 9{,}00\cdot 10^{22}\ \text{m/s}^2$$

b) Tomando "el infinito" como origen de potenciales, $V(\infty) = 0$, el potencial eléctrico creado por la carga Q en un punto P situado a una distancia d de ella es $V(\text{P}) = KQ/d$. El potencial eléctrico producido por el protón a la distancia $r = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m es entonces:

$$V(r) = \frac{Kq_p}{r} = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}{5{,}30\cdot 10^{-11}} = 27\ \text{V}$$

La energía potencial electrostática de un sistema de cargas $q_1, \ldots, q_n$ se define como el trabajo necesario (venciendo la repulsión electrostática) para colocar dicha sistema en su configuración espacial. Su valor es $U = \sum_{\substack{\text{parejas}\\ \text{diferentes}}} \frac{Kq_i q_j}{r_{ij}}$, donde r_{ij} es la distancia entre la carga q_i y la carga q_j. Por ello, la energía potencial electrostática entre el protón y el electrón del ejercicio es:

$$U = K\frac{q_p q_e}{r^2} = \frac{9\cdot 10^9\left(1{,}6\cdot 10^{-19}\right)\left(-1{,}6\cdot 10^{-19}\right)}{5{,}30\cdot 10^{-11}} = -4{,}35\cdot 10^{-18}\ \text{J} = \frac{-4{,}35\cdot 10^{-18}\ \text{J}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{J/eV}} = -27{,}2\ \text{eV}$$

2. a) La masa M de un cuerpo con la misma densidad que el Sol y un radio R que sea 500 veces mayor que el solar es:

$$M = \rho V = \rho_{\text{Sol}}\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 = \rho_{\text{Sol}}\cdot\frac{4}{3}\pi\left(500R_{\text{Sol}}\right)^3 = 500^3\cdot\left(\rho_{\text{Sol}}\frac{4}{3}\pi R_{\text{Sol}}^3\right) = 1{,}25\cdot 10^8\cdot M_{\text{Sol}} = 2{,}49\cdot 10^{38}\ \text{kg}$$

La velocidad de escape de la superficie de un planeta o estrella de masa M_P y radio R_P es la velocidad mínima que debemos comunicar a cualquier objeto situado en su superficie para que pueda alejarse indefinidamente del mismo venciendo así su atracción gravitatoria. Sabemos que en el movimiento del objeto, bajo la única acción de la gravedad del planeta o estrella, se conserva la energía mecánica. Si le hemos dado la velocidad mínima, v_{esc}, necesaria para vencer la atracción del planeta, a medida que se aleja de él su velocidad debe disminuir de forma que en el infinito la velocidad debe reducirse a cero, $v(r \to \infty) = 0$. Llamando m a la masa del objeto e igualando la energía mecánica en la superficie con la energía mecánica en el infinito podemos despejar la velocidad de escape:

$$E(R_P) = E(\infty) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{esc}^2 - \frac{GM_P m}{R_P} = 0 - 0 \Rightarrow v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_P}{R_P}}$$

En nuestro caso, $M_P = 2{,}49 \cdot 10^{38}$ kg y $R_P = 500 \cdot R_{Sol} = 6{,}37 \cdot 10^6/2 = 3{,}48 \cdot 10^{11}$ m, y la velocidad de escape del planeta será:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}49 \cdot 10^{38}}{3{,}48 \cdot 10^{11}}} = 3{,}09 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Esta velocidad es ligeramente superior a la velocidad de la luz.

b) El campo gravitatorio $\vec{g}$ de un cuerpo en un punto P se define como la fuerza gravitatoria ejercida por dicho cuerpo sobre la unidad de masa colocada en dicho punto:

$$\vec{g}(\text{P}) = \vec{F}\left(\text{gravitatoria sobre una unidad de masa colocada en P}\right)$$

Si el cuerpo es esférico de radio R y su masa M se encuentra distribuida de forma esféricamente simétrica, el módulo del campo gravitatorio sobre su superficie es, en virtud de la ley de la gravitación universal:

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}49 \cdot 10^{38}}{\left(3{,}48 \cdot 10^{11}\right)^2} = 1{,}37 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2$$

La dirección es radial y el sentido hacia el centro del cuerpo.

De la definición de campo gravitatorio se deduce que la fuerza gravitatoria que una masa m experimenta en la superficie del cuerpo es m veces la fuerza experimentada por la unidad, es decir:

$$\vec{F}\left(\text{gravitatoria sobre masa } m \text{ colocada en P}\right) = m \cdot \vec{g}(\text{P})$$

Por tanto, el módulo de la fuerza gravitatoria ejercida por el cuerpo sobre una masa $m = 1$ μg es $F = m \cdot g = 10^{-6} \cdot 1{,}37 \cdot 10^5 = 0{,}14$ N, siendo su dirección y sentido las mismas que las del campo gravitatorio, es decir, dirección radial y sentido hacia el centro del cuerpo.

OPCIÓN A

3. a) La fuerza magnética que experimenta una carga q que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en presencia de un campo magnético $\vec{B}$ es $\vec{F}_{\text{magnética}} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$. Esta fuerza es perpendicular tanto al campo magnético como a la velocidad de la partícula, y por tanto no realiza trabajo. Su módulo es $F_{\text{magnética}} = |q|vB\text{sen}\theta$, donde θ es el ángulo formado por los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$. Para nuestro protón, $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $\vec{v} = 1{,}00 \cdot 10^5 \vec{i}$ m/s y $\vec{B} = 1{,}00 \cdot 10^{-2} \vec{k}$ T, con lo que la fuerza magnética sobre la carga q, teniendo en cuenta que $\vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}$, es:

$$\vec{F}_{\text{magnética}} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\left(1{,}00 \cdot 10^5 \vec{i}\right) \times \left(1{,}00 \cdot 10^{-2} \vec{k}\right) = -1{,}6 \cdot 10^{-16} \vec{j} \text{ N}$$

Su módulo es $F_{\text{magnética}} = 1{,}6 \cdot 10^{-16}$ N, su dirección la del eje Y y el sentido negativo.

b) Una vez dentro de un campo magnético uniforme $\vec{B}$, la trayectoria de una carga q, cuya velocidad inicial $\vec{v}$ es perpendicular al campo, será circular y uniforme de radio R. Obtenemos el radio de la trayectoria a partir de la segunda ley de Newton y la ley de Lorentz (despreciando la fuerza gravitatoria):

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{magnética}} \Rightarrow m\vec{a} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \xrightarrow{\text{módulo}} m\frac{v^2}{R} = |q|vB \Rightarrow mv = |q|BR \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B}$$

El electrón y el protón tienen la misma carga en valor absoluto, $|q_e| = |q_p|$, pero masas diferentes, $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg y $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg. Si, al entrar en el campo magnético con la misma velocidad, el electrón sigue la misma trayectoria, el radio debe coincidir, lo que permite calcular el módulo del campo en el que se mueve el electrón, B', a partir del módulo del campo en el que se mueve el protón, $B = 1{,}00 \cdot 10^{-2}$ T:

$$R' = R \Rightarrow \frac{m_e v}{|q_e|B'} = \frac{m_p v}{|q_p|B} \Rightarrow B' = \frac{m_e}{m_p}B = \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}} \cdot 1{,}00 \cdot 10^{-2} = 5{,}46 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

Además, como la fuerza magnética es $\vec{F}_{\text{magnética}} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ y la carga del electrón es negativa, para que la circunferencia trazada por el electrón sea la misma que la del protón, el sentido del campo magnético $\vec{B}'$ debe ser opuesto al de $\vec{B} = 1{,}00 \cdot 10^{-2}\vec{k}$ T Concluimos que $\vec{B}' = -5{,}46 \cdot 10^{-6}\vec{k}$ T.

4. a) Suponemos que el movimiento vertical del barco es armónico simple. Por definición, una partícula realiza un movimiento armónico simple (m.a.s.) en el eje Y centrado en el origen de coordenadas, si la expresión de su posición x en función del tiempo t es $y(t) = A\,\text{sen}(\omega t + \delta)$, donde la constante $A > 0$ se denomina "amplitud" y proporciona las posiciones extremas $y = \pm A$ del movimiento, la constante δ representa el desfase respecto del m.a.s. que comienza en el origen de coordenadas, $x(0) = 0$, con velocidad positiva, y la constante ω se denomina "frecuencia angular" y se relaciona con el período T del movimiento a través de $T = 2\pi/\omega$.

Si el barco se desplaza verticalmente 2,00 m desde el punto más alto al más bajo, la amplitud de su oscilación debe ser $A = 1$ m. Si el tiempo invertido en dicho desplazamiento es 6,28 s, el período será $T = 2 \cdot 6{,}28 = 12{,}56$ s, con lo que la frecuencia angular será $\omega = 2\pi/T = 2\pi/12{,}56 = 5\ \text{s}^{-1}$. La ecuación de onda es entonces $y(t) = \text{sen}(0{,}5 \cdot t + \delta)$ en el Sistema Internacional. La constante δ se determina a partir de las condiciones iniciales del movimiento:

$$y(0) = 1\ \text{m} \Rightarrow 1 = \text{sen}\,\delta \Rightarrow \delta = \pi/2$$

Por tanto, la ecuación del movimiento es:

$$y(t) = \text{sen}\left(0{,}5 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(0{,}5 \cdot t)\ \text{m}$$

b) La velocidad vertical $v(t)$ del barco es, por definición:

$$v(t) = \frac{\text{d}y(t)}{\text{d}t} = \frac{\text{d}}{\text{d}t}\left(\cos(0{,}5t)\right) = -0{,}5 \cdot \text{sen}(0{,}5 \cdot t)\ \text{m/s}$$

En el instante inicial, $v(0) = -0{,}5 \cdot \text{sen}(0{,}5 \cdot 0) = 0$ m/s.

La aceleración vertical del barco es, por definición:

$$a(t) = \frac{\text{d}v(t)}{\text{d}t} = \frac{\text{d}}{\text{d}t}\left(-0{,}5 \cdot \text{sen}(0{,}5 \cdot t)\right) = -0{,}25 \cdot \cos(0{,}5 \cdot t)\ \text{m/s}^2$$

En el instante inicial, $a(0) = -0{,}25 \cdot \cos(0{,}5 \cdot 0) = -0{,}25\ \text{m/s}^2$.

5. a) En la desintegración alfa (α) el núcleo emite una partícula α (núcleo de Helio, ${}^{4}_{2}\text{He}$) según la ecuación:

$${}^{A}_{Z}\text{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\text{Y} + \alpha$$

Por tanto, el número másico del núcleo (protones más neutrones) disminuye en cuatro unidades, $\Delta A = -4$, mientras que el número atómico (número de protones) lo hace en dos unidades, $\Delta Z = -2$. Un ejemplo de desintegración α es ${}^{242}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{238}_{92}\text{U} + \alpha$. Si el elemento que sufre la desintegración α es el ${}^{210}_{84}\text{Po}$, la reacción en la que se desintegra en un isótopo del plomo es:

$${}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + \alpha$$

b) La desintegración radiactiva de una muestra en la que inicialmente había una masa m_0 de núcleos sin desintegrar se produce según la ley $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$, donde $m(t)$ es la masa de estos núcleos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t y λ es la llamada “constante de desintegración”, cuya relación con la semivida $t_{1/2}$ (o período de semidesintegración) es $t_{1/2} = \ln 2/\lambda$.

En primer lugar calculamos la constante de desintegración λ a través de la semivida o período de desintegración $t_{1/2}$ = 138 días:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{138} = 5{,}02 \cdot 10^{-3} \text{ días}^{-1}$$

Dado que m_0 = 10,0 g, tenemos $m(t) = m_0 e^{-5{,}02 \cdot 10^{-3}\, t}$ (t en días y m en gramos).

Al cabo de t = 69 días la masa que queda sin desintegrar será:

$$m(69) = 10{,}0 \cdot e^{-5{,}02 \cdot 10^{-3} \cdot 69} = 7{,}07 \text{ g}$$