OPCIÓN A

Ejercicio A1

a) Calcule la energía potencial gravitatoria de un satélite de masa m = 100 kg que está orbitando a una altura de 1000 km sobre la superficie terrestre. *(0,75 puntos)*

b) Explique si para el cálculo anterior podría utilizarse la expresión $E = mgh$. *(0,75 puntos)*

Ejercicio A2

a) Una espira cuadrada de 5 cm de lado, se encuentra inicialmente en un campo magnético uniforme de 1,2 T perpendicular a ella. Calcule el flujo magnético en la espira y exprese el resultado en unidades del SI. Razone cómo cambiaría el valor de este flujo si se modificara la orientación de la espira respecto del campo. *(1,5 puntos)*

b) Si en la situación de perpendicularidad entre espira y campo éste se reduce bruscamente, de manera que se anula completamente en un intervalo de 0,01 s, determine la *fem* inducida en la espira. Represente en un diagrama el campo magnético, la espira y el sentido de la corriente inducida en la misma. *(1,5 puntos)*

Ejercicio A3

Dos ondas armónicas transversales se propagan por dos cuerdas a la misma velocidad en el sentido positivo del eje X. La primera tiene el doble de frecuencia que la segunda y se sabe que en el instante inicial, la elongación de los extremos izquierdos de ambas cuerdas es nula.

a) Calcule la razón entre las longitudes de onda de ambas ondas. *(0,75 puntos)*

b) Para cada una de las ondas (y en el mismo instante de tiempo) determine la diferencia de fase (expresada en función de los respectivos números de ondas) para dos puntos que distan 3 m. Obtenga la relación entre dichas diferencias de fase. *(0,75 puntos)*

Ejercicio A4

a) Demuestre que al atravesar un rayo de luz una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, el rayo emergente es paralelo al rayo incidente si los medios en contacto con las caras de la lámina son idénticos. *(0,8 puntos)*

b) Un rayo de luz atraviesa una lámina de vidrio (n_v = 1,37) plana de 3 cm de espesor incidiendo con un ángulo de 30º. Al salir el rayo se ha desplazado paralelamente a sí mismo una distancia d. Si la lámina está contenida en aire, determine la distancia desplazada. *(1,2 puntos)*

Ejercicio A5

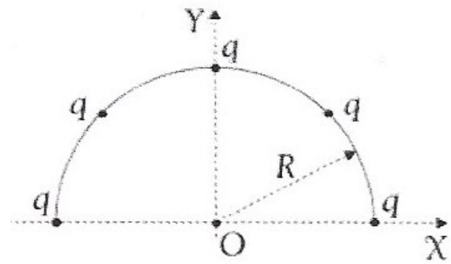
a) La masa del núcleo de deuterio ^{2}H es 2,0136 u y la del ^{4}He 4,0026 u. Explique si el proceso por el que se obtendría energía sería la fisión del ^{4}He en dos núcleos de deuterio o la fusión de dos núcleos de deuterio para dar helio. *(1 punto)*

b) Se acelera un electrón hasta una velocidad de 300 ms^{-1}, medida con una incertidumbre del 0,01 % (luego Δv = 0,03 m s^{-1}). ¿Con qué incertidumbre se puede determinar la posición de este electrón? *(1 punto)*

OPCIÓN B

Ejercicio B1
Un meteorito de 350 kg que cae libremente hacia la Tierra, tiene una velocidad de 15 m s^{-1} a una altura de 500 km sobre la superficie terrestre. Determine:
a) El peso del meteorito a dicha altura. *(0,75 puntos)*
b) La velocidad con la que impactará sobre la superficie terrestre (despreciando la fricción con la atmósfera). *(0,75 puntos)*

Ejercicio B2
Cinco cargas iguales q de 3 μC se sitúan equidistantes sobre el arco de una semicircunferencia de radio 10 cm, según se observa en la figura. Si se sitúa una carga Q de –2 μC en el centro de curvatura O del arco:
a) Calcule la fuerza sobre Q debida a las cinco cargas q. *(1,5 puntos)*
b) Calcule el trabajo que ha sido necesario para traer la carga Q desde un punto muy alejado hasta el punto O donde se encuentra. Interprete el signo del resultado. *(1,5 puntos)*



Ejercicio B3
Una onda armónica cuya frecuencia es 60 Hz se propaga en la dirección positiva del eje X con velocidad desconocida superior a 10 m s^{-1}. Sabiendo que la diferencia de fase, en un instante dado, para dos puntos separados 15 cm, es $\pi/2$ radianes, determine:
a) El período, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. *(1 punto)*
b) En un punto dado, ¿qué diferencia de fase existe entre los desplazamientos que tienen lugar en dos instantes separados por un intervalo de 0,01 s? *(1 punto)*

Ejercicio B4
a) Explique en qué consiste el defecto del ojo conocido como hipermetropía. Trace para ello un diagrama de rayos. *(0,75 puntos)*
b) Mediante un diagrama de marcha de rayos, describa las características de la imagen que forma una lente convergente cuando el objeto está situado entre el foco objeto y la lente. *(0,75 puntos)*

Ejercicio B5
a) Explique razonadamente qué aspectos del efecto fotoeléctrico no se podían entender en el marco de la física clásica. *(1 punto)*
b) Un electrón y un neutrón tienen igual longitud de onda de De Broglie. Razone cuál de ellos tiene mayor energía cinética. *(1 punto)*
Dato: masa del neutrón 1,0087 u

CONSTANTES FÍSICAS	
Aceleración de la gravedad en la superficie terrestre	$g_0 = 9{,}80$ m s^{-2}
Constante de gravitación universal	$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}
Radio medio de la Tierra	$R_T = 6{,}37\cdot10^6$ m
Masa de la Tierra	$M_T = 5{,}98\cdot10^{24}$ kg
Constante eléctrica en el vacío	$K_0 = 1/(4\,\pi\,\varepsilon_0) = 9{,}00\cdot10^9$ N m^2 C^{-2}
Permeabilidad magnética del vacío	$\mu_0 = 4\,\pi\cdot10^{-7}$ N A^{-2}
Carga elemental	$e = 1{,}60\cdot10^{-19}$ C
Masa del electrón	$m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ kg
Masa del protón	$m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg
Velocidad de la luz en el vacío	$c_0 = 3{,}00\cdot10^8$ m s^{-1}
Constante de Planck	$h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J s
Unidad de masa atómica	1 u = $1{,}66\cdot10^{-27}$ kg
Electronvoltio	1 eV = $1{,}60\cdot10^{-19}$ J

SOLUCIONES

OPCIÓN B

1. a) El peso $P(h)$ de un objeto de masa m a una altura h de la superficie de un planeta es el módulo de la fuerza gravitatoria con que dicho planeta lo atrae. Si M_P y R_P son respectivamente la masa y el radio del planeta y G la constante de la gravitación universal, el módulo de la fuerza gravitatoria ejercida sobre la masa es, en virtud de la ley de la gravitación universal: $P = F_\text{gravitatoria} = \dfrac{GM_\text{P}m}{\left(R_\text{P}+h\right)^2}$

El peso del meteorito de masa $m = 350\text{ kg}$ a una altura $h = 500\text{ km}$ sobre la superficie terrestre, $M_\text{T} = 5{,}98\cdot10^{24}\text{ kg}$ y $R_\text{T} = 6{,}37\cdot10^{6}\text{ m}$, es entonces:

$$P = \frac{GM_\text{T}m}{\left(R_\text{T}+h\right)^2} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}98\cdot10^{24}\cdot350}{\left(6{,}37\cdot10^{6}+500\cdot10^{3}\right)^2} = 2{,}96\cdot10^{3}\text{ N}$$

b) La energía mecánica del meteorito en su caída libre hacia la superficie de la Tierra es la suma de sus energías cinética y potencial gravitatoria. La calculamos en el instante en que se encuentra a una altura $h_0 = 500\text{ km}$ con velocidad $v_0 = 15\text{ m s}^{-1}$:

$$E = E_\text{c} + E_\text{p} = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_\text{T}m}{R_\text{T}+h_0} = \frac{1}{2}350\cdot15^2 - \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}98\cdot10^{24}\cdot350}{6{,}37\cdot10^{6}+500\cdot10^{3}} = -2{,}03\cdot10^{10}\text{ J}$$

Al despreciar el rozamiento, la única fuerza que se ejerce sobre el meteorito es la gravitatoria, que es una fuerza conservativa. Ello implica que la energía mecánica se conserva a lo largo de toda la caída. Esto nos sirve para calcular la velocidad de impacto v sobre la superficie de la Tierra igualando la energía mecánica inicial a la final:

$$E_\text{inicial} = E_\text{final} \Rightarrow -2{,}03\cdot10^{10} = \frac{1}{2}350v^2 - \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}98\cdot10^{24}\cdot350}{6{,}37\cdot10^{6}} \Rightarrow v = 3{,}04\cdot10^{3}\text{ m/s}$$

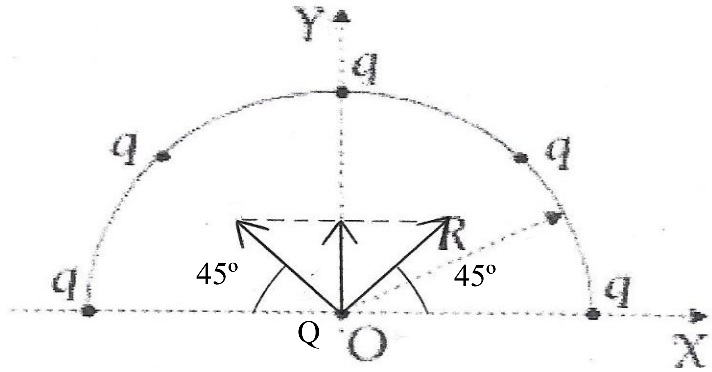
2. a) Para calcular la fuerza que las cinco cargas de $q = 3\ \mu\text{C}$ ejercen sobre la carga $Q = -2\ \mu\text{C}$ aplicamos la Ley de Columb y el Principio de Superposición.

La ley Coulomb afirma que dos cargas q_1 y q_2 se atraen (diferente signo, $q_1q_2 < 0$) ó repelen (mismo signo, $q_1q_2 > 0$) electrostáticamente con una fuerza cuya dirección es la de la recta que las une y cuyo módulo es directamente proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa (r_{12}): $\left|\vec{F}_\text{eléctrica}\right| = k\dfrac{\left|q_1q_2\right|}{r_{12}^2}$. El valor de la constante de proporcionalidad en el Sistema Internacional es $k = 9\cdot10^{9}\text{ Nm}^2/\text{C}^2$. El principio de superposición para la fuerza electrostática afirma que la fuerza eléctrica sobre una carga q ejercida por un sistema de cargas $q_1,\ldots,q_n$ es la suma vectorial de las fuerzas individuales que cada carga ejerce sobre q.

Es claro que las fuerzas sobre Q ejercidas por las dos cargas situadas en el eje X se anulan mutuamente. La fuerza de la carga q situada en el eje Y es:

$$\vec{F}_1 = \frac{k\left|qQ\right|}{R^2}\vec{j} = \frac{9\cdot10^{9}\left(3\cdot10^{-6}\right)\left(2\cdot10^{-6}\right)}{\left(10^{-1}\right)^2}\vec{j} = 5{,}4\vec{j}\text{ N}$$

Por la simetría del problema (ver gráfica),



la fuerza eléctrica ejercida por las dos cargas restantes lleva también la dirección $\vec{j}$ siendo su módulo el doble del de cada una de las componentes individuales:

$$\vec{F}_2 = 2\operatorname{sen}45º\cdot\frac{k|qQ|}{R^2}\vec{j} = 2\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{9\cdot10^9\left(3\cdot10^{-6}\right)\left(2\cdot10^{-6}\right)}{\left(10^{-1}\right)^2}\vec{j} = 7{,}6\vec{j}\ \text{N}$$

Finalmente, la fuerza total ejercida sobre Q es:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 5{,}4\vec{j} + 7{,}6\vec{j} = 13\vec{j}\ \text{N}$$

b) El trabajo realizado por el campo eléctrico para trasladar la carga q desde el punto A hasta el punto B es $W_{\vec{E}} = -q\Delta V = q\left(V(\text{A}) - V(\text{B})\right)$, donde $V\left(\text{A}\right)$ y $V\left(\text{B}\right)$ son los potenciales eléctricos en los puntos A y B. Tomando "el infinito" como origen de potenciales, $V(\infty) = 0$, el potencial eléctrico creado por la carga q' en un punto P situado a distancia d de ella es $V(\text{P}) = kq'/d$, donde $k = 9\cdot10^9\ \text{Nm}^2/\text{C}^2$ en el SI. Por el principio de superposición, el potencial eléctrico creado en un punto P por un conjunto de cargas $q_1,...,q_n$ colocadas a distancias $d_1,...,d_n$ es:

$$V(\text{P}) = \frac{kq_1}{d_1} + \cdots + \frac{kq_n}{d_n}$$

Las cinco cargas de $q = 3\ \mu\text{C}$ se encuentran a la misma distancia $d = 10\ \text{cm}$ del punto $O\left(0,0\right)$. Por tanto, el potencial eléctrico creado por ellas en O es $V\left(\text{O}\right) = 5\cdot\frac{kq}{d} = 5\cdot\frac{9{,}00\cdot10^9\cdot3\cdot10^{-6}}{0{,}1} = 1{,}35\cdot10^6\ \text{V}$. Así pues, el trabajo realizado por el campo eléctrico de las cinco cargas para traer la carga $Q = -2\mu C$ desde un punto muy alejado (el infinito) al punto O es:

$$W_{\vec{E}} = -Q\Delta V = Q\left(V\left(\infty\right) - V\left(\text{O}\right)\right) = -2\cdot10^{-6}\cdot\left[0 - 1{,}35\cdot10^6\right] = 2{,}7\ \text{J}$$

El signo positivo indica que la carga se traslada del infinito a O "a favor del campo".

3. a) La ecuación de una onda armónica es $y(x,t) = A\cos\left(\omega t \mp kx + \delta\right)$, siendo sus magnitudes características: la amplitud A, el período $T = 2\pi/\omega$, la frecuencia $\upsilon = 1/T$, la longitud de onda $\lambda = 2\pi/k$, la velocidad de propagación $v = \lambda/T = \omega/k$ en el sentido $\pm\vec{e}_x$, y δ la fase inicial en el origen. La fase de la onda armónica se define como $\delta(x,t) = \omega t \mp kx + \delta$.

En un mismo instante de tiempo t la diferencia de fase entre dos puntos de coordenadas x_1 y x_2 es:

$$\Delta\delta = \delta(x_1,t) - \delta(x_2,t) = (\omega t \mp kx_1 + \delta) - (\omega t \mp kx_2 + \delta) = \pm k(x_2 - x_1)$$

En nuestro caso, $\upsilon = 60\,\text{Hz}$, con lo que el periodo es: $\upsilon = 1/T \Rightarrow T = 1/\upsilon = 1/60\,\text{s}$

La propagación es en sentido positivo $+\vec{e}_x$, la velocidad de propagación es $v > 10\,\text{m/s}$ y la diferencia de fase entre dos puntos separados una distancia de $15\,\text{cm}$ es $\pi/2$ rad. Por tanto:

$$\Delta\delta = 0{,}15k = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \xrightarrow{0{,}15=\frac{3}{20}} k = \frac{20}{3}\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = \left(\frac{10\pi}{3} + \frac{40\pi n}{3}\right)\text{m}^{-1} \text{ para algún valor } n = 0,1,2,\ldots.$$

con lo que la velocidad de propagación es: $v = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{2\pi\upsilon}{k} = \dfrac{2\pi\cdot 60}{(10\pi + 40\pi n)/3} = \dfrac{36}{1+4n}\,\text{m/s}$

Si $v > 10\,\text{m/s}$ entonces $n = 0$ quedando $v = 36\,\text{m/s}$ y $k = \dfrac{10\pi}{3}\,\text{m}^{-1}$. La longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{10\pi/3} = \frac{3}{5}\,\text{m}$$

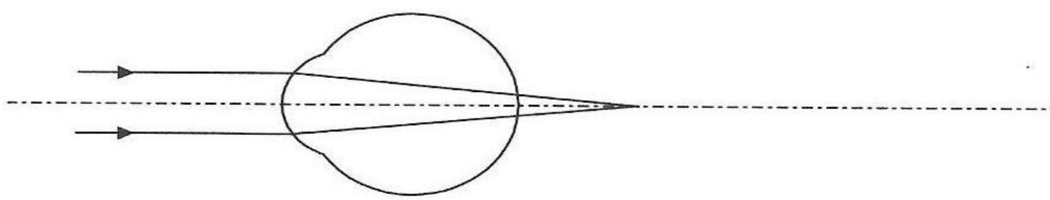
b) Para un mismo punto x, la diferencia de fase entre dos instantes de tiempo t_1 y t_2 es:

$$\Delta\delta = \delta(x,t_1) - \delta(x,t_2) = (\omega t_1 \mp kx + \delta) - (\omega t_2 \mp kx + \delta) = \omega(t_1 - t_2) = 2\pi\upsilon\Delta t$$

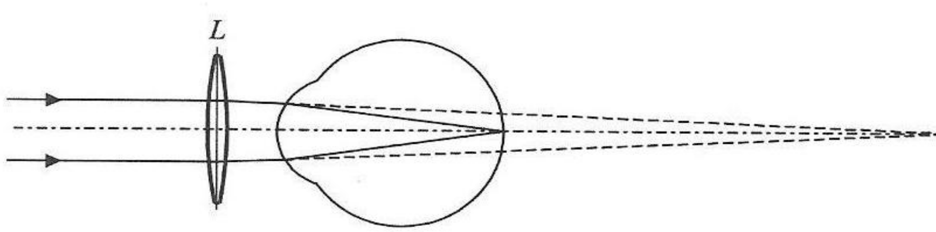
Si $\Delta t = 0{,}01 s$, la diferencia de fase es:

$$\Delta\delta = 2\pi\upsilon\Delta t = 2\pi\cdot 60\cdot 0{,}01 = 1{,}2\pi = \frac{6\pi}{5}\,\text{rad}$$

4. a) La hipermetropía es un defecto de la visión que consiste en que las imágenes de los objetos lejanos se forman detrás de la retina debido a la insuficiente curvatura del cristalino.

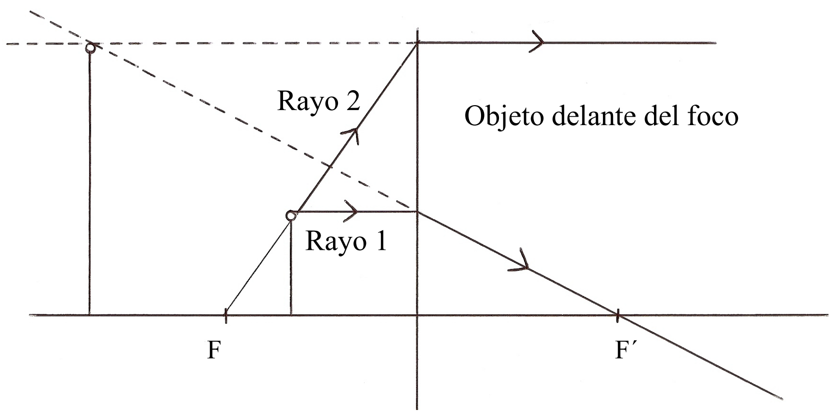


Se corrige colocando una lente convergente que forma la imagen del infinito en el punto remoto del ojo.



Las personas hipermétropes ven mejor cuando alejan el libro. En el modelo simplificado del ojo que lo identifica con un dioptrio esférico, sabemos que si el objeto se aleja del dioptrio la imagen se acerca al foco imagen, lo que mejora la visión al acercar la imagen a la retina.

b) Obtengamos gráficamente la imagen de un objeto por una lente convergente cuando aquel se encuentra a una distancia del centro del sistema menor que la distancia focal (entre el foco objeto y la lente). Trazamos dos rayos desde la parte superior del mismo. Un primer rayo paralelo al eje óptico (proveniente del infinito "objeto") cuyo refractado pasa por el foco imagen. El segundo rayo pasa por el foco objeto y se refracta paralelamente al eje óptico (terminando en el infinito "imagen"). Los rayos imagen se cortan en sus prolongaciones por lo que la imagen es virtual. Vemos también que la imagen es derecha y de mayor tamaño.



5. a) El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones por la superficie de un metal cuando sobre él incide luz de frecuencia suficientemente elevada. Las características de este efecto que no son compatibles con la teoría ondulatoria de la luz de la Física Clásica son:

1) Por debajo de una frecuencia llamada frecuencia umbral ν_0 del metal la luz no arranca electrones, por mucha intensidad (cantidad de energía por unidad de tiempo y área) que ésta posea.

2) La energía cinética máxima de los electrones arrancados del metal es independiente de la intensidad de la luz incidente siendo igual a $E_{\text{c,máx.}} = h\left(\upsilon - \upsilon_0\right)$ donde υ es la frecuencia de la luz incidente.

Para explicar estos aspectos Einstein, siguiendo a Planck, postuló que la luz (la radiación electromagnética en general) estaba constituida por un partículas llamadas fotones, siendo $h\upsilon$ la energía de cada fotón individual para la luz de frecuencia υ. De esta forma, la extracción de electrones se produce por la colisión individual de un electrón del metal con un fotón. Si el fotón no lleva energía superior a la umbral $h\upsilon_0$ no podrá arrancar el electrón. Dado que la probabilidad de que más de un fotón colisione con un sólo electrón es casi nula, el aumento de la intensidad de la luz (número de fotones) no hace posible la extracción si cada fotón no transporta una energía superior a $h\upsilon_0$. Por esta razón, el aumento de la intensidad luminosa tampoco implica un aumento de la energía cinética máxima de los electrones cuyo valor $E_{\text{c,máx.}} = h\upsilon - h\upsilon_0$ queda ahora explicado como la energía restante de la colisión electrón-fotón.

b) La hipótesis de De Broglie afirma que toda partícula de masa m y velocidad v, cuyo momento lineal es $p = mv$, lleva asociada una onda de longitud de onda $\lambda = h / p$ donde $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}$ es la constante de Planck. Escribimos la longitud de onda de De Broglie en términos de la energía cinética (no relativista):

$$E_{\text{c}} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_{\text{c}}}{m}} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2E_{\text{c}}}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2mE_{\text{c}}}}$$

Si un electrón y un protón tiene la misma longitud de onda de De Broglie:

$$1=\frac{\lambda_{\text{electrón}}}{\lambda_{\text{neutrón}}}=\frac{h/\sqrt{2m_{\text{electrón}}E_{\text{c,electrón}}}}{h/\sqrt{2m_{\text{neutrón}}E_{\text{c,neutrón}}}}=\frac{\sqrt{m_{\text{neutrón}}E_{\text{c,neutrón}}}}{\sqrt{m_{\text{electrón}}E_{\text{c,electrón}}}}\Rightarrow 1=\frac{m_{\text{neutrón}}E_{\text{c,neutrón}}}{m_{\text{electrón}}E_{\text{c,electrón}}}$$

$$\frac{E_{\text{c,neutrón}}}{E_{\text{c,electrón}}}=\frac{m_{\text{electrón}}}{m_{\text{neutrón}}}=\frac{9{,}11\cdot 10^{-31}}{1{,}01\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}}=5{,}43\cdot 10^{-4}$$

Así pues, al ser la masa del neutrón mayor que la del electrón, concluimos que $E_{\text{c,neutrón}}<E_{\text{c,electrón}}$.