OPCIÓN A

1. La estación espacial internacional (ISS), cuya masa es $4{,}5 \cdot 10^5$ kg, describe una órbita aproximadamente circular alrededor de la Tierra, de período 92 minutos.

a) Determine su altura sobre la superficie de la Tierra y su velocidad orbital. *(0,75 puntos)*

b) Calcule la energía necesaria para duplicar el radio de su órbita. *(0,75 puntos)*

2. a) Explique qué son las líneas de campo y las superficies equipotenciales para el campo eléctrico y qué relación existe entre ambas. *(1,5 puntos)*

b) Explique qué diferencia hay entre las líneas del campo eléctrico creado por un protón y el creado por un electrón. ¿Y entre las superficies equipotenciales? Represente las líneas del campo y las superficies equipotenciales en ambos casos. *(1,5 puntos)*

3. Una onda transversal se propaga en el sentido negativo del eje X con velocidad 5 $m \cdot s^{-1}$. Su longitud de onda es 1,4 m y su amplitud 3 m.

a) Escriba la ecuación de la onda, suponiendo que en el punto $x = 0$ la perturbación es nula cuando $t = 0$. *(0,75 puntos)*

b) ¿Cuál es la velocidad de vibración máxima de un punto del medio? *(0,75 puntos)*

4. a) Explique en qué consiste el fenómeno de la reflexión total de la luz. Represente mediante esquemas la trayectoria de un rayo para los siguientes casos: ángulo de incidencia menor, igual y mayor que el ángulo límite. *(1 punto)*

b) Si el índice de refracción del agua es 1,33 y el del aire es 1, determine en qué condiciones se produce el fenómeno de la reflexión total en la superficie de separación de los medios y el valor del ángulo límite correspondiente. *(1 punto)*

5. a) Explique los tipos de desintegraciones radiactivas. *(1 punto)*

b) Determine el número másico y el número atómico del isótopo que resultará del después de emitir una partícula α y dos partículas β^-. *(1 punto)*

OPCIÓN B

1. a) Considerando que las órbitas de los planetas del sistema solar son aproximadamente circulares, utilice los datos de la órbita terrestre (radio, $150 \cdot 10^6$ km; período, 365 días) para calcular la velocidad de traslación de Mercurio, sabiendo que el radio de su órbita mide $57{,}9 \cdot 10^6$ km. *(0,75 puntos)*

b) Calcule el diámetro de Mercurio, sabiendo que la aceleración de la gravedad en su superficie es 3,7 $m \cdot s^{-2}$ y su densidad media es 5,43 g cm^{-3}. *(0,75 puntos)*

2. Por dos cables horizontales paralelos, cuya masa por unidad de longitud es 60 $kg \cdot km^{-1}$, situados uno sobre otro y separados 1 cm, circulan corrientes iguales y del mismo sentido.

a) Si el cable inferior estuviese sustentado únicamente por la fuerza atractiva del otro cable, determine el valor de la intensidad que tendría que circular por los cables. *(1,5 puntos)*

b) Calcule el vector campo magnético creado por ambos cables en un punto situado 2 cm por debajo del cable inferior, si la corriente en cada cable es 10 A. *(1,5 puntos)*

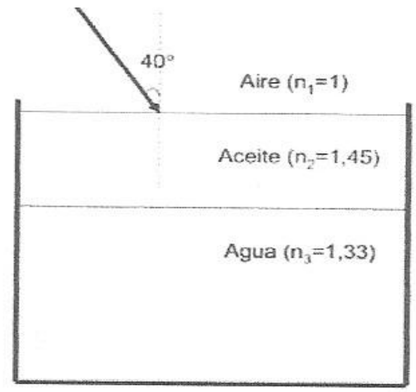
3. Una onda transversal se propaga por una cuerda según la siguiente ecuación de movimiento, en unidades S.I.:

$$y(x, t) = 3 \cdot \text{sen}\,(100t - 5x + \pi/2)$$

a) Indique el valor de las siguientes magnitudes: amplitud, frecuencia, período y longitud de onda. *(0,8 puntos)*

b) Represente gráficamente la elongación y la velocidad en función de la posición para $t = 0$. *(0,7 puntos)*

4. Consideremos un vaso de agua (índice de refracción n_3 =1,33) en cuya superficie hay una capa de aceite (índice de refracción n_2 =1,45), tal como se observa en el dibujo.



a) Un rayo incide desde el aire (índice de refracción n_1 =1) formando un ángulo de 40° con la normal, como se indica en la figura. Dibuje la marcha de los rayos y determine el ángulo de salida del rayo en el agua. *(1 punto)*

b) Si consideramos ahora un rayo procedente del agua, determine el ángulo de incidencia mínimo en la superficie agua-aceite para que no emerja luz al aire. *(1 punto)*

5. a) Explique dos diferencias entre la fisión y la fusión nuclear. *(1 punto)*

b) Si un electrón y un protón son acelerados mediante la misma diferencia de potencial, ¿qué relación habrá entre sus respectivas longitudes de onda de De Broglie asociadas? *(1 punto)*

CONSTANTES FÍSICAS

Aceleración de la gravedad en la superficie terrestre: $g_0 = 9{,}80$ m·s^{-2};
constante de gravitación universal: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m^{2}kg^{-2}; radio medio de la Tierra: $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m;
masa de la Tierra: $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; constante eléctrica en el vacío: $K = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ N·m^2/C^2;
permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ m kg/C^2; carga elemental: $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C;
masa del electrón: $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; masa del protón: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg;
velocidad de la luz en el vacío: $c_0 = 3{,}00 \cdot 10^8$ m·s^{-1}; constante de Planck: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s;
unidad de masa atómica: 1 u = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg; electronvoltio: 1 eV = $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J

RESPUESTA

OPCIÓN A

1. a) La relación entre el período de la Estación Espacial, T = 92 min, y el radio R de su órbita alrededor de la Tierra viene dado por la tercera ley de Kepler (para los objetos que orbitan alrededor de la Tierra). Para obtenerla partimos de la segunda ley de Newton y de la ley de la gravitación universal, teniendo en cuenta la cinemática del movimiento circular (m es la masa de la Estación y M_T la terrestre):

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{gravitatoria}} \xrightarrow{\text{movimiento circular}} m\frac{v^2}{R} = \frac{GM_T m}{R^2} \Rightarrow \frac{(2\pi R/T)^2}{R} = \frac{GM_T}{R^2} \Rightarrow R^3 = \frac{GM_T}{4\pi^2}T^2$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}98\cdot 10^{24}\cdot (92\cdot 60)^2}{4\cdot 3{,}14^2}} = 6{,}75\cdot 10^6 \text{ m}$$

Si R_T es el radio terrestre, la distancia h a la superficie de la Tierra es:

$$h = R - R_T = 6{,}75\cdot 10^6 - 6{,}37\cdot 10^6 = 3{,}82\cdot 10^5 \text{ m} = 382 \text{ km}$$

Calculamos la velocidad orbital a partir de la cinemática del movimiento circular:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 6,75 \cdot 10^6}{92 \cdot 60} = 7683 \text{ m/s}$$

b) La energía mínima que habría que comunicar al satélite para llevarlo de la órbita descrita a una segunda órbita de radio *R'* = 2*R* sería la ganancia de energía mecánica entre la primera órbita y la segunda: $\Delta E = E'_{\text{órbita}} - E_{\text{órbita}}$. Por otro lado, la energía mecánica del satélite en su órbita es la mitad de su energía potencial gravitatoria:

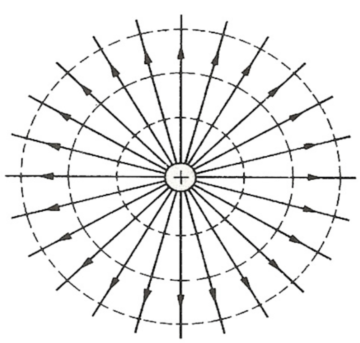
$$E = \frac{1}{2} E_{\text{p}} = -\frac{1}{2} \frac{GM_{\text{T}} m}{R}$$

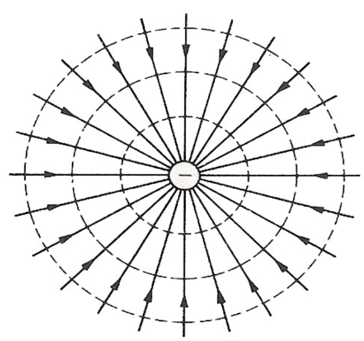
La energía que habría que suministrar sería esta:

$$\Delta E = E'_{\text{órbita}} - E_{\text{órbita}} = -\frac{1}{2} \frac{GM_{\text{T}} m}{2R} - \left(-\frac{1}{2} \frac{GM_{\text{T}} m}{R} \right) = \frac{GM_{\text{T}} m}{4R} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 4,5 \cdot 10^5}{4 \cdot 6,75 \cdot 10^6} = 6,65 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

2. a) y **b)** El campo eléctrico $\vec{E}$ creado en un punto P por una distribución de cargas se define como la fuerza eléctrica ejercida por ellas sobre la unidad de carga colocada en dicho punto. Por tanto, en cada punto del espacio hay definido un vector de campo eléctrico $\vec{E}$. Para visualizar el campo en su conjunto no es posible ni práctico dibujar los vectores en cada punto. En su lugar se dibujan unas líneas orientadas, llamadas líneas de campo, que en cada punto son tangentes al campo y llevan la dirección y sentido del mismo. Tampoco es posible dibujar todas las líneas de campo, así que se toma como criterio dibujar más líneas en las zonas donde el campo sea más intenso (es decir, el número de líneas es proporcional al módulo del campo).

Una superficie equipotencial es aquella en la que todos los puntos se encuentran al mismo potencial eléctrico *V*. Las superficies equipotenciales para una única carga puntual son por tanto esferas concéntricas con centro en la carga. Como se ve en el dibujo, el campo eléctrico en cada punto es perpendicular a la superficie equipotencial. En el dibujo de la izquierda se muestran algunas líneas del campo eléctrico creado por una carga positiva (por ejemplo, un protón), que como se ve son salientes, al ser repulsiva la fuerza sobre un culombio; en el dibujo de la derecha las líneas del campo son las creadas por una carga negativa (por ejemplo, un electrón), que son entrantes, al ser atractiva la fuerza sobre un culombio.





3. a) Dada la ecuación de una onda armónica transversal $y(x,t) = A\,\text{sen}(\omega t \mp kx + \delta)$, sus magnitudes características son: la amplitud A, el período $T = 2\pi/\omega$, la frecuencia $\nu = 1/T$, la longitud de onda $\lambda = 2\pi/k$, la velocidad de propagación $v = \lambda/T = \omega/k$ en el sentido $\pm\vec{e}_x$, y la fase inicial en el origen δ.

En este caso la longitud de onda es λ = 1,4 m, por lo que el número de ondas es $k = 2\pi/\lambda = 2\pi/1{,}4 = 4{,}5\ \text{m}^{-1}$. A partir de la velocidad de propagación, v = 5 m/s, calculamos el período:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1{,}4}{5} = 2{,}8 \cdot 10^{-1}\ \text{s}$$

La frecuencia es $\nu = 1/T = 1/2{,}8 \cdot 10^{-1} = 3{,}6\ \text{s}^{-1}$, y la frecuencia angular, $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 3{,}6 = 23\ \text{s}^{-1}$. Dado que la onda se propaga en el sentido negativo del eje X y su amplitud es A = 3 m, su ecuación será:

$$y(x,t) = 3\,\text{sen}(23t + 4{,}5x + \delta)$$

Para obtener δ tenemos en cuenta que la elongación del punto x = 0 en el instante inicial es nula, es decir, $y\,(0, 0) = 0$, lo cual significa que $0 = 3\ \text{sen}\delta$, es decir, $\delta = 0$ o $\delta = \pi$ (para discriminar entre los dos ángulos necesitaríamos conocer el signo de la velocidad del foco en el instante inicial).

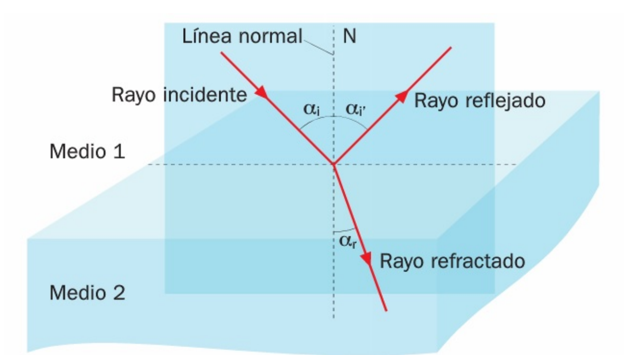
$$y(x,t) = 3\,\text{sen}(23t + 4{,}5x + \delta)\ \text{m} \qquad \delta = 0, \pi$$

b) La velocidad transversal del punto que vibra en la posición x es, por definición:

$$v(x,t) = \frac{\text{d}y(x,t)}{\text{d}t} = \frac{\text{d}}{\text{d}t}\big(3\,\text{sen}(23t + 4{,}5x + \delta)\big) = 69\cos(23t + 4{,}5x + \delta)\ \text{m/s}$$

Dado que el valor absoluto máximo de $\cos(23t + 4{,}5x + \delta)$ es 1, el valor máximo de la velocidad de vibración de los puntos de la onda es $v_{\text{máx}}$ = 69 m/s.

4. a) Cuando una onda monocromática pasa de un medio con índice de refracción n_1 a otro con índice n_2 experimenta dos procesos. Primero, se refleja en el medio incidente con el mismo ángulo α_i con el que incide. En segundo lugar, pasa al segundo medio refractada. El ángulo α_i que forma el rayo incidente con la normal a la superficie de separación de ambos medios está relacionado con el ángulo α_r de la onda refractada a través de la ley de Snell:



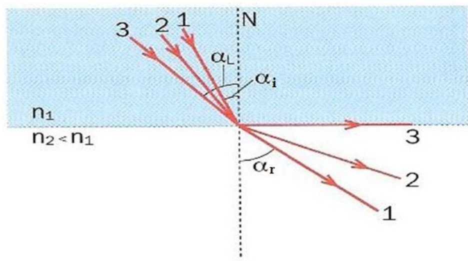
$$n_1 \text{sen}\,\alpha_i = n_2 \text{sen}\,\alpha_r$$

El fenómeno de reflexión total se produce cuando $n_1 > n_2$. Entonces, la ley de Snell deja de tener solución para ángulos de incidencia α_i mayores que el llamado "ángulo límite":

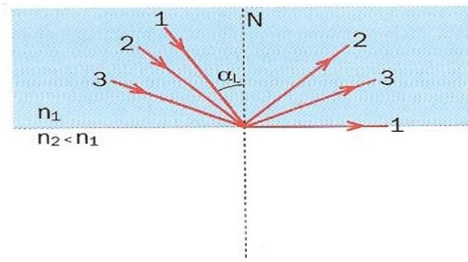
$$\text{sen}\,\alpha_r = \frac{n_1}{n_2}\text{sen}\,\alpha_i \Rightarrow \text{sen}\,\alpha_L = \frac{n_2}{n_1}$$

Justo para dicho ángulo, el rayo refractado sale perpendicular a la normal al ser $\text{sen}\,\alpha_r = 1$, mientras que para ángulos de incidencia superiores no se produce refracción, sino solo reflexión.

Concluimos que, si $n_1 < n_2$, no se produce reflexión total.



Paso de la luz de un medio a otro con menor índice de refracción, hasta alcanzar el ángulo límite.



Ángulos de incidencia superiores al ángulo límite. En todos los casos se produce reflexión total.

b) Al ser $n_{\text{agua}} = 1,33 > n_{\text{aire}} = 1$, la reflexión total se produce cuando la onda pasa del agua al aire con ángulo de incidencia superior al ángulo límite α_L, cuyo valor es:

$$\text{sen}\alpha_L = \frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{agua}}} = \frac{1}{1,33} = 0,752 \Rightarrow \alpha_L = 48,8^{\circ}$$

5. a) La radiactividad se produce cuando los núcleos atómicos experimentan alguno de los siguientes procesos enunciados por las leyes de Soddy-Fajans (1913):

Desintegración alfa (α): el núcleo emite una partícula α (núcleo de Helio, ${}^{4}_{2}\text{He}$):

$${}^{A}_{Z}\text{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\text{Y} + \alpha$$

Por tanto, el número másico del núcleo (protones más neutrones) disminuye en cuatro unidades, $\Delta A = -4$, mientras que el número atómico (número de protones) lo hace en dos unidades, $\Delta Z = -2$. Ejemplos:

$${}^{242}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{238}_{92}\text{U} + \alpha \qquad {}^{208}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{204}_{82}\text{Pb} + \alpha$$

Desintegración beta (β⁻): un neutrón del núcleo se transforma en un protón, emitiendo un electrón y un antineutrino $\bar{\nu}$ (partícula de masa muy pequeña y sin carga):

$${}^{A}_{Z}\text{X} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}\text{Y} + e^- + \bar{\nu}$$

Por tanto, en una desintegración beta el número másico del núcleo (protones más neutrones) no cambia, $\Delta A = 0$, pero sí lo hace el número atómico (número de protones), que aumenta en una unidad, $\Delta Z = 1$. Ejemplos:

$${}^{11}_{4}\text{Be} \rightarrow {}^{11}_{5}\text{B} + e^- + \bar{\nu} \qquad {}^{193}_{76}\text{Os} \rightarrow {}^{193}_{77}\text{Ir} + e^- + \bar{\nu}$$

Radiación gamma: la radiación gamma (γ) se produce en un núcleo excitado X^* cuando emite la energía que excede de su estado fundamental en forma de fotones de gran energía (entre 2 MeV y 3 Mev):

$${}^{A}_{Z}\text{X}^* \rightarrow {}^{A}_{Z}\text{X} + \gamma$$

Los números másico y atómico no cambian en el proceso. Ejemplo:

$${}^{112}_{48}\text{Cd} \rightarrow {}^{112}_{48}\text{Cd} + \gamma$$

b) Llamemos ${}^{A}_{Z}\text{X}$ al isótopo del enunciado. En primer lugar X sufre una desintegración α, es decir, $\Delta A = -4$ y $\Delta Z = -2$, con lo que ${}^{A}_{Z}\text{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\text{Y} + \alpha$.

En segundo lugar, el isótopo resultante ${}^{A-4}_{Z-2}\text{X}$ experimenta una desintegración β⁻, es decir, $\Delta(A-4) = 0$ y $\Delta(Z-2) = 1$, con lo que ${}^{A-4}_{Z-2}\text{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-1}\text{X} + e^- + \bar{\nu}$.

Finalmente, el isótopo ${}^{A-4}_{Z-1}\mathrm{X}$ experimenta una segunda desintegración β^-, es decir, $\Delta(A-4) = 0$ y $\Delta(Z-1) = 1$, con lo que ${}^{A-4}_{Z-1}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z}\mathrm{X} + e^- + \overline{\nu}$.

El núcleo resultante después de los tres procesos es ${}^{A-4}_{Z}\mathrm{X}$: su número másico es $A-4$ y su número atómico es Z.