OPCIÓN A

1. Una partícula de masa m = 10 g oscila armónicamente a lo largo del eje OX en la forma $x = A\cdot\text{sen}\omega t$, con A = 0,2 m y $\omega = 10\pi$ rad·s^{-1}.

a) Determine y represente gráficamente la fuerza que actúa sobre la partícula en función del tiempo para dos períodos completos de la oscilación. *(1 punto)*

b) Calcule la energía mecánica de la partícula. *(0,5 puntos)*

c) Determine y represente gráficamente la energía cinética de m en función del tiempo para dos períodos completos de la oscilación. *(1 punto)*

2. a) Momento angular de una partícula respecto de un punto: definición; teorema de conservación. *(1 punto)*

b) El cometa Halley describe una órbita elíptica de gran excentricidad en torno al Sol. La relación de distancias al Sol en el afelio, R_a, y en el perihelio, R_p, es $R_a/R_p = 62$. Calcule la relación (cociente) entre los valores en el afelio y en el perihelio de las siguientes magnitudes del cometa Halley: momento angular respecto del sol, energía cinética y energía potencial gravitatoria. *(1,5 puntos)*

3. a) Explique el concepto de líneas de campo eléctrico y el de superficies equipotenciales. Dibuje las líneas de campo eléctrico y las superficies equipotenciales alrededor de una carga puntual positiva. *(1,5 puntos)*

b) Un dipolo eléctrico es un sistema formado por dos cargas iguales, pero de signos contrarios. En la figura se muestra un dipolo cuyas cargas, separadas una distancia d, se colocan sobre el eje X simétricamente respecto al origen de coordenadas. Determine el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) y el potencial en el origen de coordenadas *(1 punto)*

Datos: $K = 1/(4\pi\varepsilon_o) = 9 \cdot 10^9$ N·m^2·C^{-2}, q = 1 µC, d = 1 mm, 1 µC = 10^{-6} C

4. a) Enuncie y explique la Ley de desintegración exponencial radiactiva. *(1 punto)*

b) Analizando una muestra de material radiactivo se comprueba que al cabo de un año su actividad es una décima parte de la inicial. Determine la constante de desintegración del material. *(1 punto)*

c) Calcule el período de semidesintegración. *(0,5 puntos)*

OPCION B

1. a) Explique en qué consiste la escala decibélica de intensidad acústica (o sonoridad). ¿Qué son el umbral de audición y el umbral de dolor? *(1 punto)*

b) Un altavoz emite en el espacio con una potencia de 1 W uniformemente distribuida en todas las direcciones. ¿Qué intensidad acústica (medida en dB) recibirá un detector situado a 1 m de distancia del altavoz? ¿A qué distancia habrá que poner el detector para que detecte la mitad de intensidad acústica? *(1,5 puntos)*

Dato: intensidad umbral del oído humano: $I_o = 10^{-12}$ W·m^{-2}

2. Una nave espacial de masa $m = 300$ kg se encuentra en la superficie de Marte.

a) Calcule la velocidad de escape de la nave desde la superficie de Marte. *(0,5 puntos)*

b) Se le comunica a la nave una velocidad vertical inicial de 4 km/s. Calcule la altura máxima que alcanzará la nave respecto de la superficie de Marte. *(1,5 puntos)*

c) Calcule el peso de la nave a dicha altura. *(0,5 puntos)*

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}; masa y radio de Marte: $M_M = 6{,}42 \cdot 10^{23}$ kg, $R_M = 3397$ km

3. a) Escriba la expresión de la fuerza de interacción magnética entre corrientes rectilíneas y paralelas. Explique el significado de cada uno de los términos de la expresión. Basándose en ella, enuncie la definición de amperio. *(1 punto)*

b) Dos hilos conductores rectos, paralelos y de longitud infinita se encuentran separados una distancia $d = 1$ m. Por los conductores circulan corrientes en el mismo sentido y la fuerza por unidad de longitud que ejerce un conductor sobre el otro es de 10^{-6} N/m. Si por el conductor 1 pasa una corriente $I_1 = 2$ A, calcule la corriente que circula por el conductor 2. *(0,5 puntos)*

c) Calcule el campo magnético (módulo, dirección y sentido) en un punto P situado entre los cables, a una distancia $d/5$ del conductor 2. *(1 punto)*

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ m·kg/C^2

4. Un espejo de garaje produce siempre una imagen derecha de los objetos, independientemente de su posición respecto del espejo.

a) ¿Qué tipo de espejo es, convexo o cóncavo? Justifique su respuesta mediante el trazado de rayos. *(1,5 puntos)*

b) Calcule el radio de curvatura de un espejo que permite observar la imagen de un coche, colocado a 3 m de distancia delante del espejo, con la mitad de tamaño que el objeto. *(1 punto)*

RESPUESTA

OPCION B

1. a) La intensidad sonora es “la cantidad de sensación auditiva” que produce un sonido. Según su sonoridad, los sonidos se perciben como “fuertes” o “débiles”. El nivel de intensidad sonoro o acústico β se mide en db (decibelios) y está relacionado con la intensidad I de la onda a través de la expresión $\beta = 10\log\left(I/I_0\right)$, donde $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 es la intensidad umbral a la que se produce una sensación perceptible. El umbral del dolor se sitúa aproximadamente sobre los 25 dB, si bien depende de la frecuencia del sonido.

b) La intensidad del sonido (energía por unidad de tiempo y área) que alcanza a un oyente es, en función de la distancia r a la fuente, $I(r) = P/4\pi r^2$, donde P es la potencia total emitida. Por tanto, la intensidad sonora a esa distancia es:

$$\beta(r) = 10\log\left(I(r)/I_0\right) = 10\log\left(\frac{P}{4\pi I_0 r^2}\right)$$

En nuestro caso, al ser la potencia total emitida por el altavoz $P = 1$ W y la distancia $r = 1$ m, la intensidad sonora a esa distancia es:

$$\beta(1\text{ m}) = 10\log\left(\frac{1}{4\pi\cdot 10^{-12}\cdot 1^2}\right) = 110\text{ db}$$

Si queremos que se perciba la mitad de intensidad acústica, la distancia *r'* será:

$$\beta(r') = 10\log\left(\frac{1}{4\pi\cdot 10^{-12}\cdot r'^2}\right) = \frac{110}{2} \Rightarrow r' = 502\text{ m}$$

2. a) La velocidad de escape de la superficie de un planeta de masa M_P y radio R_P es la velocidad mínima que debemos comunicar a cualquier objeto situado en su superficie para que pueda alejarse indefinidamente del planeta venciendo así su atracción gravitatoria. Sabemos que en el movimiento del objeto, bajo la única acción de la gravedad del planeta, se conserva la energía mecánica. Si le hemos proporcionado la velocidad mínima, v_{esc}, necesaria para vencer la atracción del planeta, a medida que se aleja de él su velocidad debe disminuir de forma que en el infinito la velocidad debe reducirse a cero, $v\ (r \to \infty) = 0$. Llamando m a la masa del objeto e igualando la energía mecánica en la superficie con la energía mecánica en el infinito, podemos despejar la velocidad de escape:

$$E(R_P) = E(\infty) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{esc}^2 - \frac{GM_P m}{R_P} = 0 - 0 \Rightarrow v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_P}{R_P}}$$

En el caso marciano, sustituyendo los datos de la masa y el radio de Marte, resulta:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_M}{R_M}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6{,}42\cdot 10^{23}}{3{,}40\cdot 10^6}} = 5{,}02\cdot 10^3\text{ m/s}$$

b) Para obtener la altura máxima $h_{máx}$ del objeto empleamos de nuevo la conservación de la energía mecánica a lo largo de su movimiento. Empezamos calculando la energía mecánica en el instante inicial, $h_0 = 0$ m y $v_0 = 4$ km/s $= 4 \cdot 10^3$ m/s (llamamos m a la masa de la nave):

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_M m}{R_M + h_0} = \frac{1}{2}m\cdot\left(4\cdot 10^3\right)^2 - \frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6{,}42\cdot 10^{23}\cdot m}{3{,}40\cdot 10^6 + 0} = -4{,}59\cdot 10^6 m\ (\text{J})$$

La altura máxima se calcula igualando la energía mecánica inicial a la final, teniendo en cuenta que en este último punto la velocidad de la masa es nula, $v = 0$:

$$E_{inicial} = E_{final} \Rightarrow -4{,}59\cdot 10^6 m = \frac{1}{2}m\cdot 0^2 - \frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6{,}42\cdot 10^{23}\cdot m}{3{,}40\cdot 10^6 + h_{máx}} \Rightarrow h_{máx} = 5{,}93\cdot 10^6\text{ m}$$

c) El peso $P(h)$ de un objeto de masa m a una altura h de la superficie de un planeta es el módulo de la fuerza gravitatoria con que dicho planeta lo atrae. Si M_P y R_P son, respectivamente, la masa y el radio del planeta y G la constante de la gravitación universal, el módulo de la fuerza gravitatoria ejercida sobre la masa es, en virtud de la ley de la gravitación universal:

$$P = F_{gravitatoria} = \frac{GM_P m}{\left(R_P + h\right)^2}$$

En Marte, y a una altura $h = 5{,}93 \cdot 10^6$ m, el peso de la nave espacial (m = 300 kg) es:

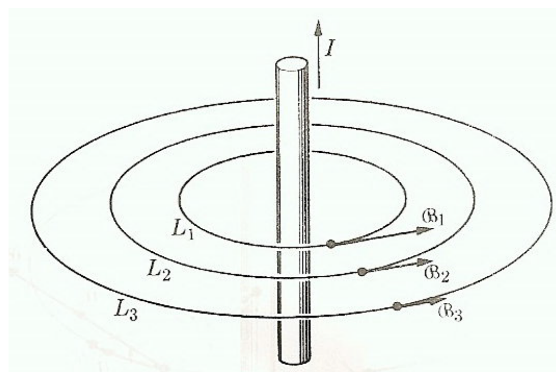
$$P\left(5{,}93\cdot 10^6\right)=\frac{GM_{\mathrm{M}}m}{\left(R_{\mathrm{M}}+h\right)^2}=\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6{,}42\cdot 10^{23}\cdot 300}{\left(3{,}40\cdot 10^6+5{,}93\cdot 10^6\right)^2}=148\ \mathrm{N}$$

3. a) Dos conductores rectos, paralelos e infinitos por los que circulan sendas corrientes I_1 e I_2 se atraen si las corrientes tienen el mismo sentido y se repelen en caso contrario. La fuerza por unidad de longitud que se ejercen mutuamente es $F/L = \mu_0 I_1 I_2/2\pi d$, donde d es la distancia que los separa y μ_0 es la permeabilidad magnética en el vacío. Desde aquí podemos definir el amperio: “Dos conductores rectilíneos paralelos situados a un metro de distancia están recorridos por sendas corrientes de un amperio en el mismo sentido si se atraen con una fuerza de $F = \mu_0/2\pi = 2 \cdot 10^{-7}$ N por metro de longitud.”

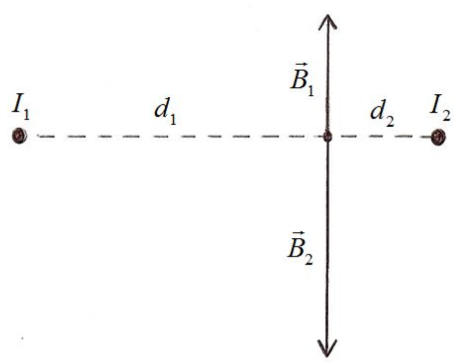
b) Teniendo en cuenta que I_1 = 2 A, que la fuerza por unidad de longitud entre las dos corrientes es $F/L = 10^{-6}$ N/m y que su distancia es d = 1 m, calculamos la segunda intensidad I_2:

$$\frac{F}{L}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\ \Rightarrow\ 10^{-6}=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2\cdot I_2}{2\pi\cdot 1}\ \Rightarrow\ I_2=2{,}5\ \mathrm{A}$$

c) A partir de la ley de Biot y Savart se deduce que el módulo del campo magnético creado por una corriente eléctrica rectilínea e infinita de intensidad I en un punto P situado a una distancia r de la corriente es $B(\mathrm{P})=\mu_0 I/2\pi r$. La dirección del campo es tangente a la circunferencia que pasa por P y está contenida en un plano perpendicular al conductor y centrada en él. El sentido viene dado por la “ley de la mano derecha” según el sentido de la corriente (tal como se observa en el dibujo). Por tanto, las líneas de campo son circunferencias centradas en los puntos del hilo.



Así pues, los campos magnéticos creados por ambos conductores en P tienen la misma dirección y sentidos opuestos (en el dibujo siguiente la corriente de ambos conductores sale del papel “hacia el observador”), siendo por tanto el módulo del campo magnético en dicho punto la diferencia de los módulos de los campos creados por ambas corrientes ($d_2 = d/5$ = 1/5 m y, por tanto, $d_1 = d - d_2 = 4d/5$ = 4/5 m).

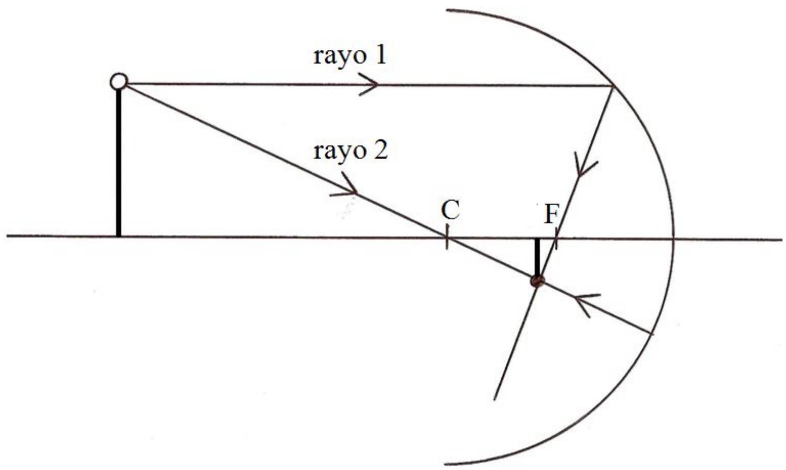


$$B(\mathrm{P})=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}-\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2}{2\pi\cdot(4/5)}-\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2{,}5}{2\pi\cdot(1/5)}=-2\cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

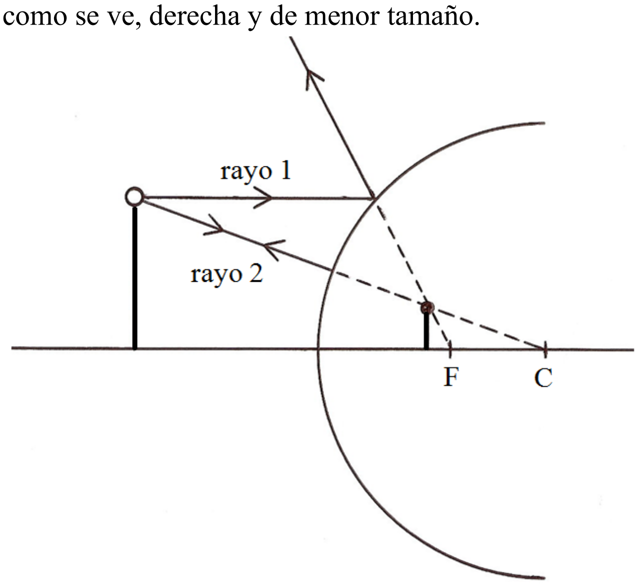
El módulo del campo es $|\vec{B}|=2\cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}$ y su dirección y sentido son los de $\vec{B}_2$ en el dibujo.

4. Un espejo esférico es aquel cuya superficie está constituida por un casquete esférico. Se llaman cóncavos cuando la superficie reflectora del espejo es la interior, y convexos cuando la superficie reflectora es la exterior. Con las normas DIN y en la aproximación paraxial, la distancia focal objeto del espejo convexo es $f = R/2$ y la del espejo cóncavo es $f = -R/2$.

a) Para obtener gráficamente la imagen de un objeto creada por un espejo esférico cóncavo cuando el objeto se encuentra colocado a una distancia superior a la focal, trazamos dos rayos desde la parte superior del objeto: un primer rayo paralelo al eje óptico (proveniente del infinito "objeto") cuyo rayo reflejado pasa por el foco F; el segundo rayo pasa por el centro C del espejo y, por tanto, se refleja sin desviación. La intersección de los rayos reflejados proporciona la imagen, que es por tanto real y, como se ve, invertida y de menor tamaño:



Al no ser la imagen derecha, el espejo del garaje no puede ser cóncavo. Para comprobar que la imagen de un espejo esférico convexo es derecha, trazamos nuevamente dos rayos desde la parte superior del objeto. El primer rayo va paralelo al eje óptico (proveniente del infinito "objeto") y se refleja pasando virtualmente por el foco F. El segundo rayo pasa virtualmente por el centro C de la esfera y se refleja por tanto sin desviación. La intersección de las prolongaciones de los rayos reflejados proporciona la imagen, que es por tanto virtual y, como se ve, derecha y de menor tamaño.



Luego el espejo del garaje debe ser convexo.

b) Si cuando el vehículo se encuentra en $s = -3$ m, el aumento lateral es $A = +1/2$ (hay que recordar que la imagen es derecha), entonces la distancia s' a la que se forma la imagen es:

$$A = -\frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{1}{2} = -\frac{s'}{-3} \Rightarrow s' = \frac{3}{2}\ \text{m}$$

Para obtener el radio de curvatura R calculamos primero la distancia focal por medio de la ecuación del espejo:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{3/2} + \frac{1}{-3} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 3\ \text{m}$$

Puesto que $f = R/2$, el radio será:

$$R = 2f = 6\ \text{m}$$